# Kapittel 1

# Mikroøkonomi som fag

## Løsninger

### Oppgave 1.1

Alternativkostnad defineres som verdien av beste alternative anvendelse av en ressurs. I samfunnsøkonomi er knapphet på ressurser sentralt. Det er derfor viktig å bruke ressursene på en mest mulig effektiv måte. Det innebærer blant annet å bruke ressursene der de kaster mest av seg. Da må vi vite noe om verdien av de ulike alternativene som ressursene kan brukes til. Dette går vi nemlig glipp av når vi velger en bestemt bruk av ressursene. Dette er derfor en kostnad. Ved å kjenne disse kostnadene kan vi velge det alternativet som kaster mest av seg. Men samtidig, når vi ønsker å regne ut kostnaden av alternativet vårt, må vi inkludere verdien av det vi gikk glipp av.

### Oppgave 1.2

En kapasitetsgrense angir det maksimale antall enheter som kan produseres av et gode, gitt ressurstilgangen. Tenk deg at du har 40 timer tilgjengelig hver uke til studietid. Disse 40 timene er da en kapasitetsgrense for din studietid. Dersom du har utbetalt 20 000 kroner per måned, og ingen tilgang på andre inntekter, vil 20 000 kroner utgjøre en nominell kapasitetsgrense. Det vil si et konebeløp. Dersom varene du ønsker deg koster 100 kroner stk. vil 200 enheter av denne varen utgjøre kapasitetsgrensa.

### Oppgave 1.3

Knapphet innebærer at det er begrenset med ressurser. Dersom alle ressursene brukes vil økt produksjon av en vare medføre mindre produksjon av en annen vare. Dette gjelder ihvertfall på kort sikt, da ressurstilgangen antas å ligge fast. At økt produksjon av en vare nødvendigvis må bety mindre produksjon av en annen, innebærer at det er en negativ sammenheng mellom de to varene. Sammenhengen kan framstilles grafisk i det godediagram, der vi måler produksjonen av godene langs aksene. Dersom vi antar to goder, vil kurven som viser denne sammenhengen være fallene, det vil si ha negativ helning. Kurven som framkommer er produksjonsmulighetskurven, og helningen på denne betyr dermed at det er knapphet. Hadde det ikke vært knapphet, kunne vi økt produksjonen av begge varene samtidig. Da ville kurven vært stigende.

### Oppgave 1.4

**(a)** Du velger å vaske huset til din gamle tante siden du tjener mest på dette.

**(b)** Beste alternativ er å gå tur med hunden til naboen. Altså er alternativkostnaden 120 kroner.

### Oppgave 1.5

**(a)** Samfunnet går da glipp av 500 coca-cola flasker, slik at 500 er alternativkostnaden.

**(b)** I punkt A produseres 2100 tannpirkere og 350 flasker coca-cola. Alternativkostnaden av å produsere 350 flasker coca-cola er det antall tannpirkere vi går glipp av. Dette er 900 tannpirkere $(3000 - 2100)$.

### Oppgave 1.6

I mikroøkonomi studerer vi enkeltaktørene i økonomien, og handel på det enkelte marked. Det vil si produsenter og konsumenter, og deres interaksjon på enkeltmarkedene. I studiet av markedet er vi spesielt opptatt av hva

som bestemmer priser. For eksempel markedet for kjøpevann. Hva bestemmer etterspørselen og hvordan påvirkes konsumentenes adferd av endringer i markedet. Og på den andre siden, hva bestemmer produsentenes tilbud av kjøpevann, og hvordan påvirkes produsentene av endringer i omgivelsene deres. Og ikke minst, hvordan bestemmes prisen på kjøpevann i markedet.

I makroøkonomi studeres de totale størrelsene i økonomien. Dette kan være total produksjon, totalt konsum, det totale prosnivået med flere. Poenget er at vi ser på aggregerte størrelser. Det er vanlig å skille mellom studiet av konjunkturer og økonomisk vekst i makroøkonomi. Konjunkturer har å gjøre med kortsiktige svingninger i økonomien, mens i økonomisk vekst er man opptatt av den langsiktige utviklingen.

# Kapittel 2

# Nødvendig matematikk

## Løsninger

### Oppgave 2.1

**(a)** $L(3K + 2K + 4) = L(5K + 4)$

**(b)** $x(5 + 3 + 2y) = x(8 + 2y)$

### Oppgave 2.2

**(a)** $\frac{1}{4^{-2}} = 4^2 = 16$

**(b)** $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

### Oppgave 2.3

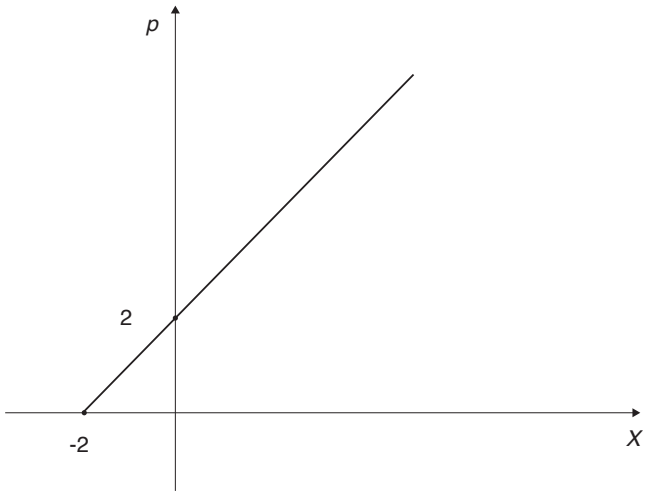
**(a)** $x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 16^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \sqrt{16} \Leftrightarrow x = 4$

**(b)** $x^{\frac{1}{2}} = 8 \Leftrightarrow x = 8^2 \Leftrightarrow x = 64$

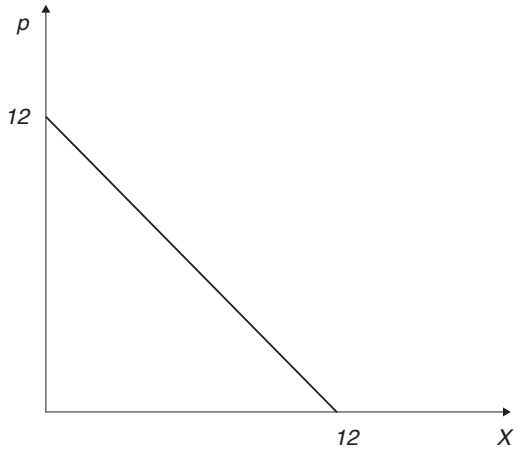
### Oppgave 2.4

**(a)** $2 + x = p$ eller $p = 2 + x$. Dette kalles tilbudsfunksjonen på prisform.

**(b)**




**(c)**




**(d)** Setter tilbudsfunksjonen lik etterspørselsfunksjonen og finner mengden:

$$2 + x = 12 - x \;\Leftrightarrow\; x + x = 12 - 2 \;\Leftrightarrow\; 2x = 10 \;\Leftrightarrow\; x = 5$$

Prisen finner vi ved å sette $x = 5$ inn i tilbudsfunksjonen eller etterspørselsfunksjonen. Setter inn i tilbudet og får $p = 2 + 5 = 7$.

**Oppgave 2.5**

Her er poenget å forstå at dersom du har fått oppgitt etterspørselsfunksjonen kan du sette inn hvilken som helst pris for å finne etterspurt mengde. Her er $x = 25 - p$. Dersom $p = 10$, vil $x = 25 - 10 = 15$. Dersom prisen stiger til 15, vil $x = 25 - 15 = 10$. Altså faller etterspørselen med 5 enheter.

**Oppgave 2.6**

**(a)** $y' = 2$

**(b)** $y' = 2x$

**(c)** $y' = 3x^2$

**(d)** $y' = 0,5 \cdot 2x^{0,5-1} = x^{-0,5}$

**(e)** $y' = 2$

**(f)** $y' = q + 1$

**(g)** $0,8cx^{1-0,8} = 0,8cx^{-0,2}$

**Oppgave 2.7**

**(a)** For å regne ut gjennomsnittsproduktiviteten bruker vi $X/K$, som her gir:

$$\frac{X}{K} = \frac{L^a K^{1-a}}{K} = L^a K^{1-a-1} = L^a K^{-a} = \frac{L^a}{K^a} = \left(\frac{L}{K}\right)^a$$

**(b)** Grenseproduktene er gitt ved de partielt deriverte:

$$f'_L = aL^{a-1}K^{1-a} = a\frac{K^{1-a}}{L^{1-a}} = a\left(\frac{K}{L}\right)^{1-a}$$

$$f'_K = (1-a)L^a K^{1-a-1} = (1-a)L^a K^{-a} = (1-a)\frac{L^a}{K^a} = (1-a)\left(\frac{L}{K}\right)^a$$

**(c)** Her brukes formelen for differensiering, og uttrykkene for grenseproduktene fra oppgave (b).

$$dX = f'_L dL + f'_k dK = a\left(\frac{K}{L}\right)^{1-a} dL + (1-a)\left(\frac{L}{K}\right)^a dK$$

**Oppgave 2.8**

**(a)** $\mathscr{L}(x, y, \lambda) = 20x^{0,5}y^{0,5} - \lambda(2x + 2y - 12)$

**(b)** Deriverer med hensyn på $x$ og $y$, og setter lik null:

$$\mathscr{L}_x = 10x^{-0,5}y^{0,5} - \lambda 2 = 0$$

$$\mathscr{L}_y = 10x^{0,5}y^{-0,5} - \lambda 2 = 0$$

**(c)** Vi tar utgangspunkt i førsteordensbetingelsene. Flytter leddet $-\lambda 2$ over på høyre side i hver betingelse, og deler de to på hverandre. Dette gir:

$$\frac{x^{-0,5}y^{0,5}}{x^{0,5}y^{-0,5}} = \frac{\lambda 2}{\lambda 2} \Leftrightarrow \frac{y^{0,5}y^{0,5}}{x^{0,5}x^{0,5}} = \frac{1}{1} \Leftrightarrow \frac{y^{0,5+0,5}}{x^{0,5+0,5}} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{x} = 1 \Leftrightarrow y = x$$

Så setter vi $x = y$ inn i bibetingelsen og får:

$$2x + 2x = 12 \Leftrightarrow 4x = 12 \Leftrightarrow x = 3$$

Siden $x = y$ ser vi at $x = y = 3$.

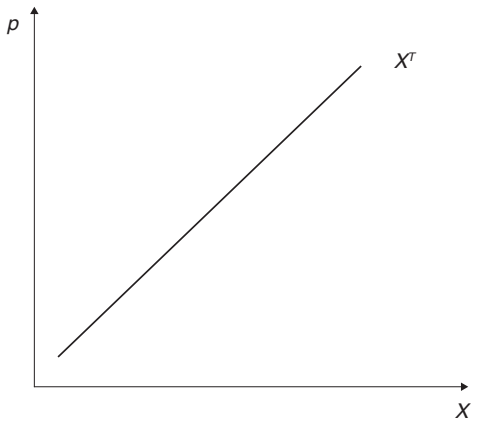
# Kapittel 3

# Kort og godt om markedet

## Løsninger

### Oppgave 3.1

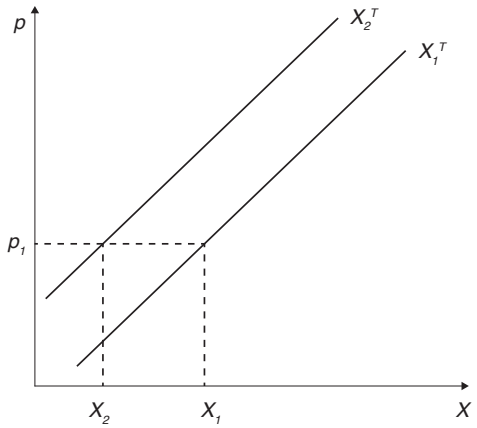
Tilbudskurven er stigende i et pris-mengde diagram.




Den positive helningen (stigende kurve) kan begrunnes på to måter. (i) Når prisen på en vare øker, vil produsenten være i stand til å møte en høyere alternativkostnad. Dette innebærer at produsenten kan bruke mere ressurser og dermed øke produksjonen. (ii) Økt pris vil for en gitt kostnad innebære økt profitt, noe som gir incentiv til økt produksjon.

For en gitt markedspris, vil økte produksjonskostnader føre til at produ-

senten må redusere produksjonsmengden. Dette fører til et skift til venstre i tilbudskurven.



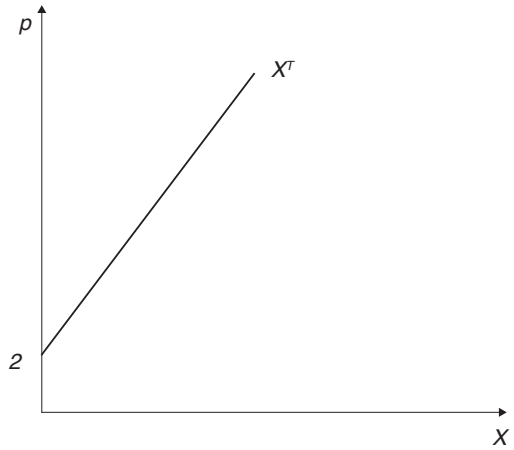

Av figuren ser vi at tilbudskurven skifter til venstre, slik at antall produserte enheter i markedet faller fra $X_1$ til $X_2$.

### Oppgave 3.2

Med prisform menes det nokså enkelt å løse likningen for $p$:

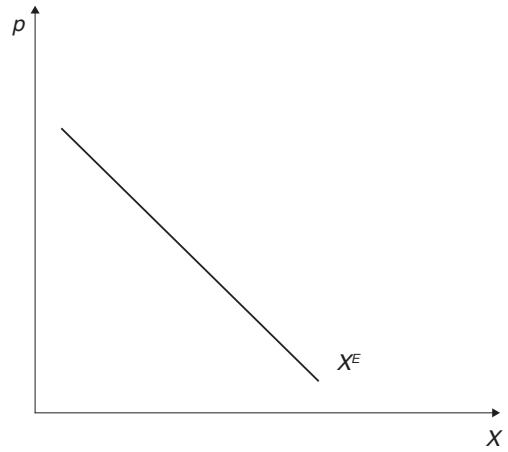
$$-\frac{1}{2}p = -1 - X^T \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}p = 1 + X^T \quad \Leftrightarrow \quad p = 2 + 2X^T$$

Grafisk framstilling:



### Oppgave 3.3

Markedets etterspørselskurve viser antall etterspurte enheter ved ulike priser. Dersom du kjenner markedsprisen, vil altså kurven vise antall enheter konsumentene i markedet vil kjøpe for denne prisen.



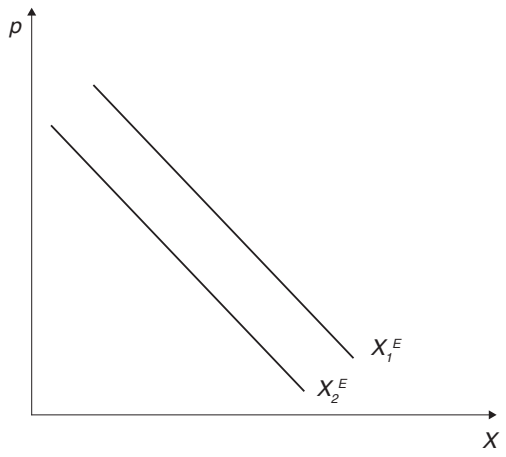

Den fallende helningen på kurven innebærer at lavere pris fører til økt etterspørsel, og økt pris fører til lavere etterspørsel. Denne sammenhengen skyldes to forhold: (i) Økt pris innebærer lavere realinntekt (kjøpekraft) for en gitt nominell inntekt. Dette trekker etterspørselen ned. (ii) Økt pris på en vare innebærer at denne varen blir dyrere i forhold til andre alternative varer. Den relative prisen blir altså høyere, noe som gjør at etterspørselen etter denne varen går ned og etterspørselen etter alternative varer går opp.

### Oppgave 3.4

**(a)** Ettersom det er prisen på nettbrett på vertikal akse vil en økning på prisen på nettbrett føre til en bevegelse oppover langs kurven. Det vil altså ikke bli noe skift i etterspørselskurven.

**(b)** Hvordan etterspørselen etter nettbrett påvirkes av dette avhenger av forholdet mellom nettbrett og I-phone. Jeg velger her å betrakte disse som substitutter, selv om de ikke erstatter hverandre fullt ut. Lavere pris på I-phone fører til økt etterspørsel etter I-phone, og ettersom det antas at godene er substitutter vil etterspørselen etter nettbrett gå ned.

Etterspørselskurven skifter til venstre.




**(c)** Brunost og nettbrett er mest sannsynlig uavhengige goder. Det betyr at endringer i prisen på det ene godet ikke påvirker etterspørselen etter det andre godet. Etterspørselskurven for nettbrett ligger dermed i ro.

### Oppgave 3.5

Vi ser her at likningene er løst for $p$. Det påvirker ikke utregningen av markedslikevekten. Vi må bare huske på at dersom vi løser likningssystemet og finner $p$ er det prisen vi har funnet. Og dersom vi løser systemet og finner $X$ er det mengden vi har funnet.

I likevekt er tilbud lik etterspørsel, det vil si $X^T = X^E$. Siden de er like kan vi droppe toppskriften $T$ og $E$. Tilbud og etterspørsel kan da skrives som henholdsvis $p = 2 + 2X$ og $p = 11 - X$. Setter vi disse lik hverandre får vi $p = p$:

$$2 + 2X = 11 - X \quad \Leftrightarrow \quad 2X + X = 11 - 2 \quad \Leftrightarrow \quad 3X = 9 \quad \Leftrightarrow \quad X = 3$$

Altså selges det 3 enheter i markedet i likevekt. Likevektsprisen finner vi ved å sette $X = 3$ inn i tilbudsfunksjonen eller etterspørselsfunksjonen. Setter vi inn i etterspørselen får vi:

$$p = 11 - X \quad \Leftrightarrow \quad p = 11 - 3 \quad \Leftrightarrow \quad p = 8$$

**Oppgave 3.6**

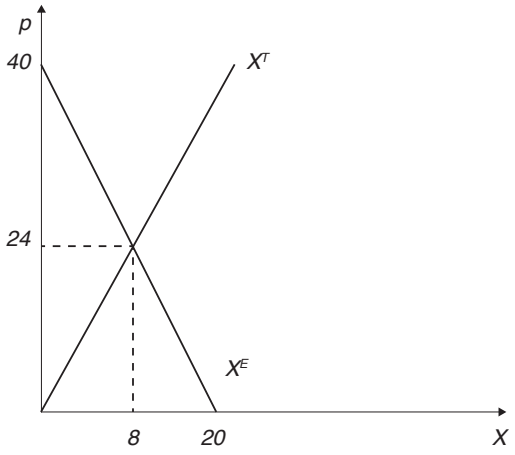
Følger samme framgangsmåte som i oppgave 3.5. Setter tilbud lik etterspørsel og får:

$$3X = 40 - 2X \quad \Leftrightarrow \quad 3X + 2X = 40 \quad \Leftrightarrow \quad 5X = 40 \quad \Leftrightarrow \quad X = 8$$

Det omsettes altså 8 enheter i markedet. Likevektsprisen finner vi ved å sette $X = 8$ inn i tilbud eller etterspørsel. Setter inn i tilbudet og får:

$$p = 3X \quad \Leftrightarrow \quad p = 3 \cdot 8 \quad \Leftrightarrow \quad p = 24$$

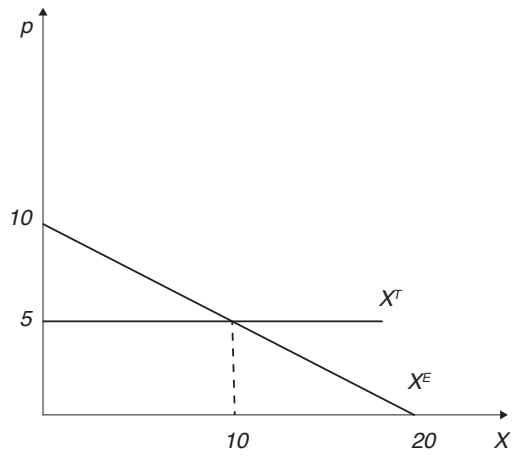
Tegner vi tilbudskurven og etterspørselskurven for de oppgitte funksjonene inn i et pris-mengde diagram får vi:




**Oppgave 3.7**

**(a)** I kapittel 3.2.1 finner du 7 forutsetninger for fullkommen konkurranse. Jo flere du kan av disse jo bedre. Det er spesielt viktig å merke seg at det er mange selgere og kjøpere på markedet. Og at hver av disse utgjør en så liten del av markedet at den enkelte aktør ikke kan påvirke markedsprisen. Altså vil alle betrakte prisen som gitt når de gjør sine beslutninger om kjøp og salg. Merk deg også at det ikke er statlige inngrep, og at alle kan fritt gå inn og ut av markedet.

**(b)** Grafisk framstilling:




En horisontal tilbudskurve innebærer at prisen kun bestemmes av tilbudet. Endringer i etterspørselen vil ikke ha effekt på prisen, kun på omsatt mengde av godet. Skal prisen endres må altså tilbudskurven skifte.

**(c)** Følger samme framgangsmåte som i oppgavene foran. Setter tilbud lik etterspørsel og får:

$$5 = 10 - 0,5X \quad \Leftrightarrow \quad 0,5X = 10 - 5 \quad \Leftrightarrow \quad 0,5X = 5 \quad \Leftrightarrow \quad X = 10$$

Det blir omsatt 5 enheter i markedet. Prisen er som vi vet 5 kroner. Vi kan sjekke at svaret stemmer ved å sette $X = 10$ inn i etterspørselsfunksjonen. Vi får da:

$$p = 10 - 0,5X \quad \Leftrightarrow \quad p = 10 - 0,5 \cdot 10 \quad \Leftrightarrow \quad p = 10 - 5 \quad \Leftrightarrow \quad p = 5$$

# Kapittel 4

# Konsumentens optimale valg av goder

## Løsninger

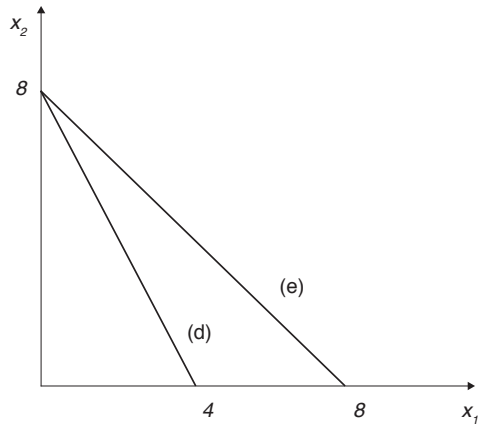
### Oppgave 4.1

**(a)** Generelt er budsjettbetingelsen $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Setter inn priser og inntekt og får $10x_1 + 5x_2 = 40$.

**(b)** $m/p_1 = 40/10 = 4$.

**(c)** $m/p_2 = 40/5 = 8$.

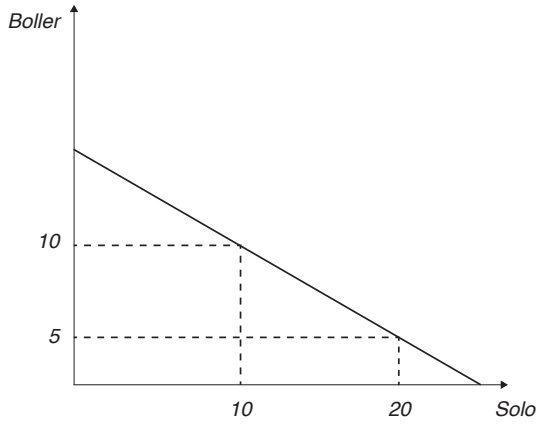
**(d)** Budsjettlinja:



**(e)** Ny budsjettbetingelse blir $5x_1 + 5x_2 = 40$. Skjæringspunktet med $x_1$-aksen endres nå til $40/5 = 8$.

### Oppgave 4.2

Det er flere måter å løse denne oppgaven på. Jeg har valgt følgende. Jeg starter med å tegne budsjettlinja. La oss kalle boller $B$ og Solo $S$. Siden vi har fått oppgitt to punkter tegner vi inn disse og trekker linja gjennom. Det gir:




Videre har vi fått oppgitt prisen på boller, $p_B = 10$. Fra figuren ser jeg at helningen på budsjettlinja er $1/2$. Videre vet jeg at helningen på denne linja er generelt gitt ved prisforholdet $p_S/p_B$, der $p_S$ er prisen på Solo og $p_B$ er prisen på en bolle. Siden jeg vet helningen innebærer dette at:

$$\frac{p_S}{p_B} = \frac{1}{2}$$

Setter inn $p_B = 10$, og får:

$$\frac{p_S}{10} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad p_S = \frac{10}{2} = 5$$

Altså er prisen på Solo 5 kroner. Inntekten finner jeg ved å summere utgiftene. Siden jeg vet prisene kan jeg nå sette inn en av de oppgitte godekombinasjonene. Det gir $5 \cdot 20 + 10 \cdot 5 = 150$.

**Oppgave 4.3**

**(a)** Kan oversettes med glede eller behovstilfredsstillelse. Brukes om den glede som en konsument oppnår ved å konsumere et gode eller flere.

**(b)** En indifferenskurve viser alle godekombinasjoner som gir samme totale nytte. Dersom vi ser på en kurve er altså konsumenten likegyldig ovenfor ulike tilpasninger på kurven. Vi sier at konsumenten er indifferent.

**(c)** Marginal substitusjonsrate viser hvor mye du er villig til å gi bort av en vare, for en ekstra enhet av en annen vare, gitt at du skal oppnå samme nyttenivå.

**(d)** Grensenytte er den nytteendringen som oppstår ved en liten endring i konsumet.

**Oppgave 4.4**

**(a)** Grensenytte for gode 1: $U'_{x_1} = 5x_2$. Grensenytte for gode 2: $U'_{x_2} = 5x_1$.

**(b)** Marginal substitusjonsrate:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{5x_2}{5x_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

**Oppgave 4.5**

Vi regner først ut MRS:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{0,5 \cdot 16x_1^{-0,5}}{1} = 8x_1^{-0,5} = \frac{8}{x_1^{0,5}}$$

Setter inn $x_1 = 4$:

$$\text{MRS} = \frac{8}{4^{0,5}} = \frac{8}{2} = 4$$

At MRS er lik 4 betyr at konsumenten er villig til å gi bort 4 enheter av vare 2, for en ekstra enhet av vare 1.

### Oppgave 4.6

I denne oppgaven er hensikten å komme fram til optimalitetsbetingelsen MRS lik prisforholdet, altså konsumentens optimale valg. Som vi vet fra kapittelet kan dette gjøres både grafisk og matematisk. Jeg vil anbefale at du lærer deg begge, men i verbale utledninger blir ofte den grafiske prioritert.

For å gjøre en grafisk utledning bør du ha med følgende momenter:

- Innledning: Her skriver du om hva du skal fram til og hvilke forutsetninger som gjelder. Sentrale forutsetninger:
  - Rasjonell konsument som maksimerer nytte.
  - Konsumenten har en gitt inntekt.
  - Fullkommen konkurranse som innebærer gitte priser.
  - Forutsetninger angående preferanser: fullstendighet, ikkemetning og transitivitet.
- Budsjettbetingelsen: Forklar hva denne viser, formuler den matematisk og tegn budsjettlinja med helningsuttrykk og skjæringspunkter.
- Preferanser og nytte: Forklar hva som menes med å maksimere nytte. Presenter nyttefunksjonen og indifferensekurvene. Definer også grensenytte og marginal substitusjonsrate.
- Optimal tilpasning: Her settes budsjettbetingelsen sammen med indifferenskartet. Forklar hvorfor tangeringspunktet gir optimal tilpasning.

I den grafiske utledningen er det viktig at du viser at du kan bygge opp modellen på egenhånd. Og at leseren skjønner at du har skjønt det! Her kan det være nyttig å tenke at leseren ikke kan denne modellen, og at du skal gi en presis innføring.

For å gjøre en matematisk utledning følger du stegene som er vist i kapittel 4.4.2 med Lagrange's metode.

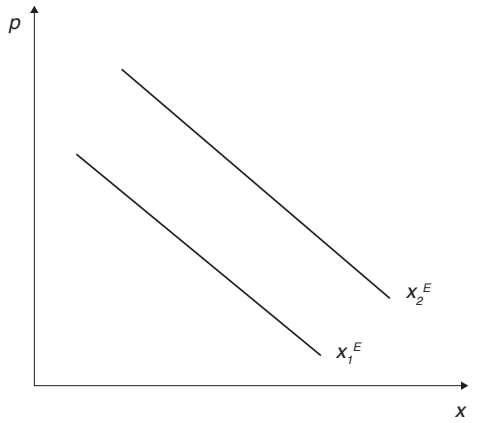
# Kapittel 5

# Konsumentens reaksjon på endringer i priser og inntekt

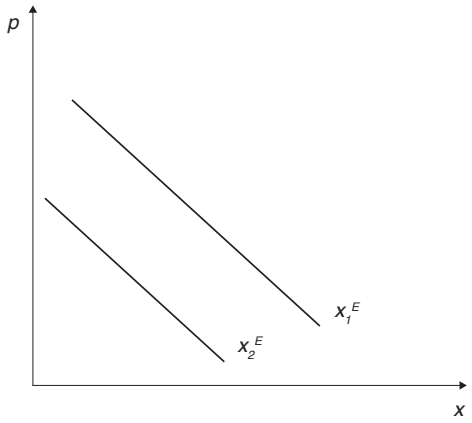
## Løsninger

### Oppgave 5.1

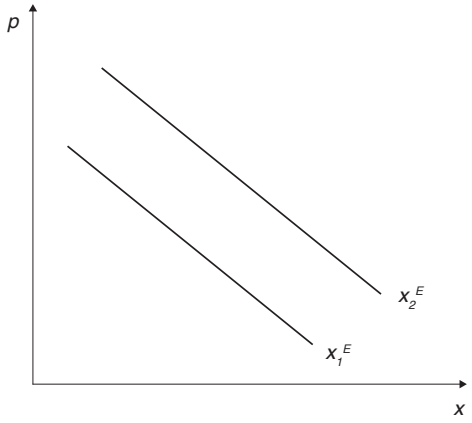
**(a)** Ved økt inntekt vil normalt etterspørselen øke. Goder som har denne egenskapen kalles normalgoder. Da går inntekt og etterspørsel i samme retning. Ved økt inntekt skifter da etterspørselskurven til høyre.



Det finnes også goder som vi kjøper mindre av når inntekten øker. Goder med denne egenskapen kalles mindreverdige goder. Da går inntekt og etterspørsel i motsatt retning. Ved økt inntekt skifter da etterspørselskurven til venstre.



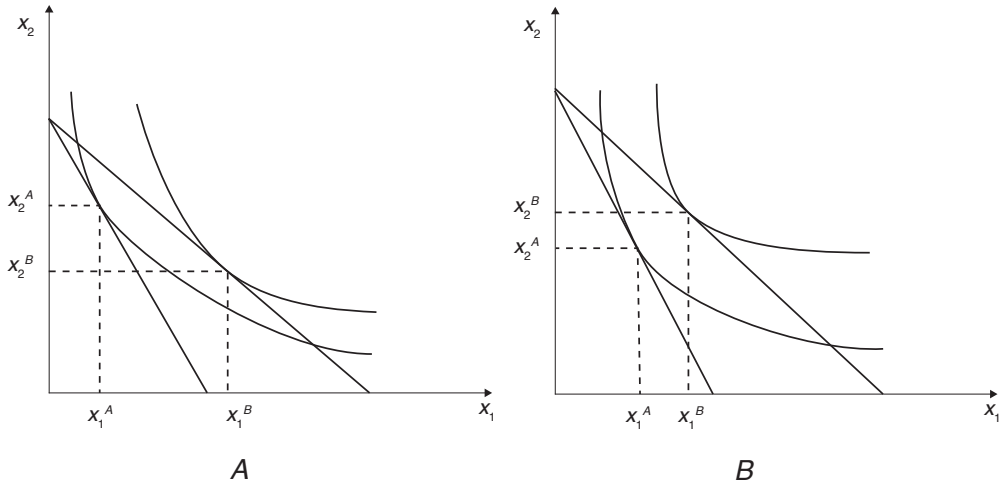

**(b)** Økt pris på en alternativ vare innebærer at vi kjøper mindre av den alternative varen, og heller mer av varen vi betrakter. Som følge av at de er substitutter (alternative). Det betyr at etterspørselskuvrven skifter til høyre.



**Oppgave 5.2**

**(a)** Løsningen på denne oppgaven er identisk med løsningen på oppgave 4.6.

**(b)** Antar at det er prisen på gode 1 som går ned. Dette gjør at skjæringspunktet til budsjettlinja med $x_1$-aksen øker. Vi ser bort i fra Giffen-tilfellet, slik at den reduserte prisen øker etterspørselen etter gode 1. Hva som skjer med etterspørselen etter gode 2 avhenger av forholdet mellom de to godene. Dersom godene er substitutter vil etterspørselen etter gode 2 gå ned (Figur A). Og dersom de er komplementære vil etterspørselen etter gode 2 øke (Figur B). Dersom etterspørselen etter gode 2 er uendret sier vi at de to godene er uavhengige.



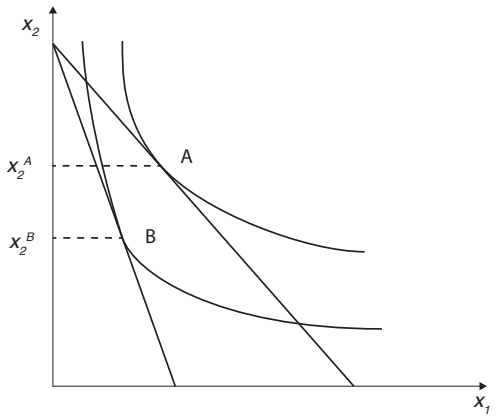

**(c)** Substitusjonseffekten og inntektseffekten fanger opp de to forholdene som endres dersom prisen på en vare endres. Anta at prisen på coca-cola øker, og at du hadde planer om å kjøpe noen flasker. Den økte prisen påvirker etterspørselen din på to måter. For det første blir coca-cola nå dyrere enn sine konkurrenter. Vi sier at den relative prisen har økt. Fallet i etterspørselen som følger av denne endringen i relativ pris kalles substitusjonseffekten, siden den isolert sett innebærer at du substituerer deg bort fra den varen som har blitt relativt dyrere.

Den andre effekten som inntreffer når prisen på coca-cola øker er at kjøpekraften din går ned. Det skyldes at økte priser for en gitt nominell inntekt innebærer lavere realinntekt. Fallet i etterspørselen som følger av lavere kjøpekraft kalles inntektseffekten.

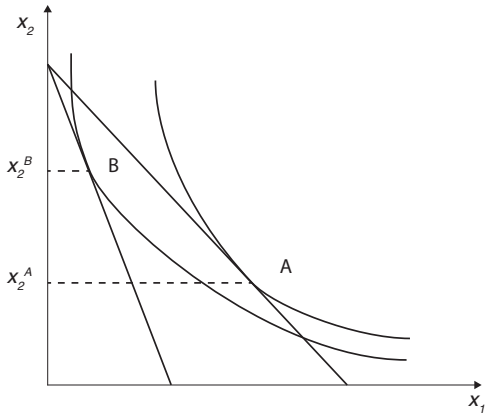
Dersom vi skal klare å skille på disse to effektene må vi tenke oss at konsumenten får en inntektskompensasjon når prisen på coca-cola går opp, slik at enten kjøpe kraften blir det samme som før, eller at konsumenten kan være på samme nyttenivå som før. Denne kompensasjonen gjør at all endring i etterspørselen da kun vil skyldes endringen i relative priser. Når kompensasjonen så trekkes tilbake inntreffer også inntektseffekten. Summerer vi disse to finner vi den totale effekten. Det er imidlertid i virkeligheten ikke slik at slike kompensasjoner deles ut. Dette er noe vi forestiller oss, slik at vi i teorien skal være i stand til nettopp skille mellom de to effektene. Ved bruk av kvantitativ metode er det også mulig å skille mellom disse effektene empirisk.

### Oppgave 5.3

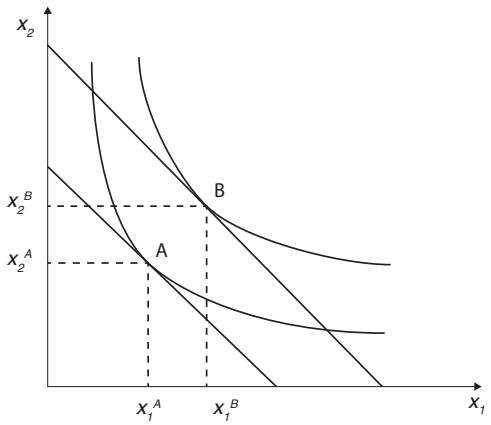
**(a)** Komplementære goder innebærer at etterspørselen etter de to godene går i samme retning. La oss anta at prisen på gode 1 øker. Tilpasningen til konsumenten går da fra punkt A til punkt B. Vi ser at etterspørselen etter både gode 1 og 2 har falt.



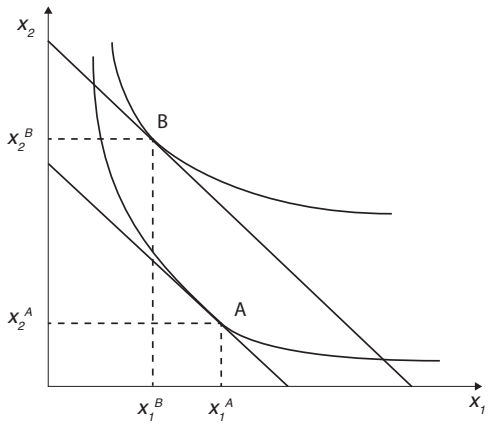
**(b)** Alternative goder ersattter hverandre. Slik at redusert etterspørsel etter det ene godet, fører til økt etterspørsel etter det andre godet, og omvendt. Vi antar igjen at prisen på gode 1 øker. Vi ser at i den nye tilpasningen har etterspørselen etter gode 2 økt.




**(c)** Normalgoder er goder som har en positiv sammenheng med inntekten. Det vil si at når inntekten går opp, så går etterspørselen opp, og når inntekten går ned, så går etterspørselen også ned. Viser i figuren tilfellet med økt inntekt. Da vil budsjettlinjen skifte til høyre, og tilpasningen i punkt B. Siden begge godene er normalgoder, vil etterspørselen øke etter begge godene.



**(d)** Antar nå at inntekten øker, og at gode 1 er et mindreverdig gode, mens gode 2 er normalgode. Da vil etterspørselen ettergode 1 gå ned, og etterspørselen etter gode 2 øke.




### Oppgave 5.4

Siden prisen på melk går opp, innebærer dette at melk har blitt dyrere i forhold til sine alternativer. For eksempel ferdigblandet sjokomelk eller juice. At en vare blir relativt dyrere i forhold til sine substitutter tilsier i seg selv lavere etterspørsel. Dette fallet i etterspørselen kalles substitusjonseffekten, siden John nå vil substituere seg bort fra melk. I tillegg til denne effekten vil økt pris på melk også føre til lavere realinntekt for John, så lenge han ikke også har fått en lønnsøkning. Dermed har kjøpekraften gått ned, og dette i seg selv tilsier også lavere etterspørsel. Denne endringen i etterspørselen kalles inntektseffekten. Samlet vil substitusjonseffekten og inntektseffekten utgjøre detsom kalles totaleffekten.

### Oppgave 5.5

**(a)** Dette kan vi se rett av funksjonene. Siden $p_1$ er under brøkstreken i etterspørselsfunksjonen for gode 1, vil etterspørselen etter gode 1 falle. I etterspørselsfunksjonen for gode 2 er derimot $p_1$ over brøkstreken, slik at her vil en økning i prisen på gode 1 øke etterspørselen etter gode 2.

**(b)** Tilsvarende resonnement her gir oss at etterspørselen etter gode 1 vil øke, mens etterspørselen etter gode 2 vil falle.

**(c)** De to godene er substitutter, siden økt pris på det ene godet, øker etterspørselen etter det andre godet.

**(d)** Inntektseffekten viser endring i etterspørsel ved en endring i inntekt. Vi ser at for gode 1 (og gode for den saks skyld), vil økt inntekt medføre økt etterspørsel, og lavere inntekt medføre lavere etterspørsel. Godet er altså et normalgode og inntektseffekten er positiv.

**(e)** Her setter vi bare tallene rett inn i de oppgitte funksjonene:

$$x_1 = \frac{100 \cdot 10}{5} = 200 \quad \text{og} \quad x_2 = \frac{100 \cdot 5}{10} = 50$$

# Kapittel 6

# Konsumentens etterspørsel

## Løsninger

### Oppgave 6.1

Konsumentens optimale tilpasning er kjennetegnet ved at marginal substitusjonsrate er lik prisforholdet:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Dette kalles også tangeringsbetingelsen, ettersom MRS er helningen i et punkt på indifferenskurven, og prisforholdet er helningen på budsjettlinja. Merk at MRS består av forholdet mellom grensenytte for gode 1 og 2. I tillegg til denne betingelsen, må også budsjettbetingelsen være oppfylt:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

I tangeringsbetingelsen er $x_1$ og $x_2$ de ukjente variablene. Prisene er gitt, og grensenytte for hvert av godene avhenger av konsumet. I budsjettbetingelsen er det også $x_1$ og $x_2$ som er de ukjente variablene, siden priser og inntekt er gitte. Vi har dermed to likninger til å bestemme de to ukjente. Uten at vi nå kan løse dette å få eksplisitte uttrykk for $x_1$ og $x_2$, kan vi slå fast at de vil avhenge av priser og inntekt, siden det er disse størrelsene som inngår som faste i disse betingelsene. Vi kan dermed skrive:

$$x_1^E = x_1^E(p_1, p_2, m) \quad \text{og} \quad x_2^E = x_2^E(p_1, p_2, m)$$

### Oppgave 6.2

Jeg velger å se på min etterspørsel etter bildeler. Rett som der merker jeg trangen til å modifisere bilen med diverse nye deler. Dette er imidlertid mer hobby enn grunnleggende behov. Etterspørselen avhenger selvfølgelig både av priser og inntekt, men også av tiden som har gått siden siste modifisering ($t$), andre utgifter ($u$) og tilbudet av nye deler ($d$). Etterspørselsfunksjonen blir dermed:

$$x_1^E = x_1^E(t, u, d)$$

### Oppgave 6.3

**(a)** Her bruker vi betingelsen om at MRS skal være lik prisforholdet. Vi regner derfor først ut MRS:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{7x_2}{7x_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

Setter så dette lik prisforholdet, der vi setter inn prisene fra oppgaven:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{2}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{1}{2}x_1$$

Setter så dette, samt oppgitte priser og inntekt inn i budsjettbetingelsen:

$$2x_1 + 4 \cdot \frac{1}{2}x_1 = 600 \quad \Leftrightarrow \quad 2x_1 + 2x_1 = 600 \Leftrightarrow 4x_1 = 600 \Leftrightarrow x_1 = 150$$

Setter så $x_1 = 150$, inn i uttrykket for $x_2$, og får:

$$x_2 = \frac{1}{2} \cdot 150 = 75$$

**(b)** Ved å følge samme prosedyre som i (a), men ved å bruke den nye prisen, finner du at $x_1 = 100$.

**Oppgave 6.4**

**(a)** Svaret på denne oppgaven er det samme som svaret på oppgave 4.6. Lag deg derfor et oppsett med de viktigste punktene, som du lærer deg, i tilfelle en slik oppgave skulle dukke opp til eksamen.

**(b)** $U'_{x_1} = 25x_2$.

**(c)** Marginal substitusjonsrate:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{25x_2}{25x_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

**(d)** Setter MRS lik prisforholdet:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{p_1}{p_2}x_1$$

Setter dette inn i budsjettbetingelsen:

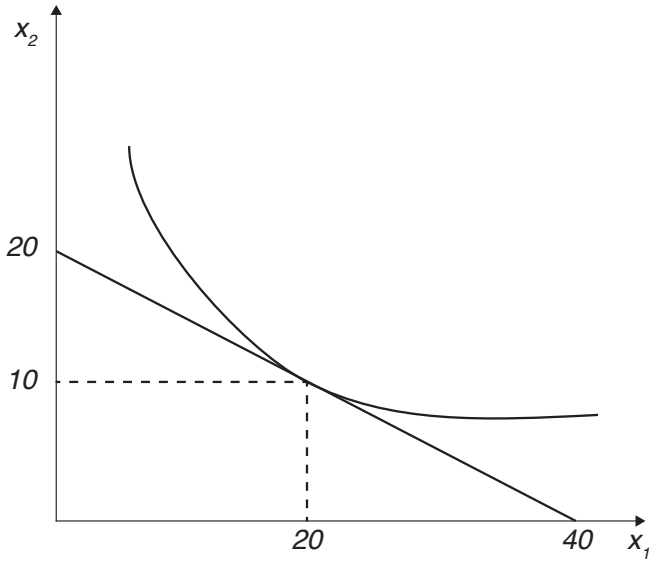
$$p_1x_1 + p_2\frac{p_1}{p_2}x_1 = m \;\Leftrightarrow\; p_1x_1 + p_1x_1 = m \;\Leftrightarrow\; 2p_1x_1 = m \;\Leftrightarrow\; x_1 = \frac{m}{2p_1}$$

Vi har da funnet etterspørselsfunksjonen for gode 1. For å finne etterspørselen etter gode 2 setter vi etterspørselsfunksjonen for gode 1 inn i uttrykket for $x_2$ over:

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2}\frac{m}{2p_1} \;\Leftrightarrow\; x_2 = \frac{m}{2p_2}$$

**(e)** Her setter vi tallene rett inn i svarene på oppgave (d):

$$x_1 = \frac{200}{2 \cdot 5} = 20 \quad \text{og} \quad x_2 = \frac{200}{2 \cdot 10} = 10$$




**Oppgave 6.5**

Vi bruker optimalitetsbetingelsen MRS lik prisforholdet, løser denne for $x_2$, og setter inn i budsjettbetingelsen. Dermed finner vi $x_1$. Setter så $x_1$, inn i tangeringsbetingelsen løst for $x_2$, for å finne $x_2$. Bruker altså nøyaktig samme fremgangsmåte som i oppgave 6.3. Her blir MRS:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{0,5x_1^{-0,5}x_2^{0,5}}{0,5x_1^{0,5}x_2^{-0,5}} = \frac{x_2^{0,5}x_2^{0,5}}{x_1^{0,5}x_1^{0,5}} = \frac{x_2}{x_1}$$

Ved å følge samme fremgangsmåte som i oppgave 6.3 og eksempelet i læreboka vil du her komme fram til:

$$x_1 = 100 \quad \text{og} \quad x_2 = 400$$

**Oppgave 6.6**

**(a)** Vi bruker samme fremgangsmåte som i forrige oppgave, samt oppgave 6.3 og 6.4. Starter med å regne ut MRS:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{ax_1^{a-1}x_2^{1-a}}{(1-a)x_1^a x_2^{-a}} = \frac{ax_2^{1-a}x_2^a}{(1-a)x_1^a x_1^{1-a}} = \frac{a}{1-a}\frac{x_2}{x_1}$$

Setter MRS lik prisforholdet og løser for $x_2$:

$$\frac{a}{1-a}\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{1-a}{a}\frac{p_1}{p_2}x_1$$

Setter dette uttrykket for $x_2$ inn i budsjettbetingelsen:

$$p_1x_1 + p_2\frac{(1-a)}{a}\frac{p_1}{p_2}x_1 = m \;\Leftrightarrow\; p_1x_1\left(1 + \frac{1-a}{a}\right) = m$$

Og løser for $x_1$:

$$x_1 = \frac{m}{p_1\left(1+\frac{1-a}{a}\right)} \;\Leftrightarrow\; x_1 = \frac{am}{p_1(a+1-a)} \;\Leftrightarrow\; x_1 = \frac{am}{p_1}$$

Setter så denne løsningen for $x_1$ inn i uttrykket for $x_2$, og får:

$$x_2 = \frac{1-a}{a}\frac{p_1}{p_2}\frac{am}{p_1} \;\Leftrightarrow\; x_2 = \frac{(1-a)m}{p_2}$$

**(b)** Setter tallene rett inn i etterspørselsfunksjonene og får: $x_1 = 100$ og $x_2 = 400$.

**(c)** Setter nå tallene fra oppgave (b) inn i nyttefunksjonen:

$$U = 100^{0,5} \cdot 400^{0,5} = 200$$

**Oppgave 6.7**

**(a)** Marginal substitusjonsrate for denne nyttefunksjonen er gitt ved:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{5 \cdot 0,2x_1^{-0,8}x_2^{0,8}}{5 \cdot 0,8x_1^{0,2}x_2^{-0,2}} = \frac{1}{4}\frac{x_2^{0,8}x_2^{0,2}}{x_1^{0,2}x_1^{0,8}} = \frac{x_2}{4x_1}$$

**(b)** Vi følger her samme fremgangsmåte som i de andre oppgavene der målet er å finne optimalt konsum. For eksempel oppgave 6.6. Vi starter med å sette MRS lik prisforholdet og øse for $x_2$:

$$x_2 = 4\frac{p_1}{p_2}x_1$$

Setter dette inn i budsjettbetingelsen:

$$p_1x_1 + p_2 4\frac{p_1}{p_2}x_1 = m \;\Leftrightarrow\; 5p_1x_1 = m \;\Leftrightarrow\; x_1 = \frac{m}{5p_1}$$

Som er etterspørselsfunksjonen for gode 1. Setter denne inn i uttrykket for $x_2$ og får:

$$x_2 = 4\frac{p_1}{p_2}\frac{m}{5p_1} \;\Leftrightarrow\; x_2 = \frac{4m}{5p_2}$$

Som er etterspørselsfunksjonen for gode 2.

**(c)** Her skal vi regne ut de partielt deriverte med hensyn på inntekt:

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{1}{5p_1} \quad \text{og} \quad \frac{\partial x_2}{\partial m} = \frac{4}{5p_2}$$

Disse forteller hvordan etterspørselen påvirkes av en inntektsendring. Begge disse er positive, som innebærer at økt inntekt gir økt etterspørsel, og lavere inntekt gir lavere etterspørsel. Dette virker fornuftig for en rekke goder, og slike goder kalles derfor normalgoder (i motsetning til mindreverdige goder).

**(d)** Her setter vi inn tallene i etterspørselsfunksjonene og får:

$$x_1 = \frac{100}{5 \cdot 10} = 2 \quad \text{og} \quad x_2 = \frac{4 \cdot 100}{5 \cdot 5} = 16$$

Som betyr 2 enheter (for eksempel 2 skåler) babygrøt, og 16 rosiner.

**(e)** Vi regner ut MRS ved å sette tallene for $x_1$ og $x_2$ inn i uttrykket fra oppgave (a):

$$\frac{16}{4 \cdot 2} = 2$$

Så regner vi ut prisforholdet:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{10}{5} = 2$$

Ser da at MRS er lik prisforholdet.

**Oppgave 6.8**

**(a)** Grensenytte for gode 1 og 2:

$$U'_{x_1} = 5x_1^{-0,5} \quad \text{og} \quad U'_{x_2} = 10x_2^{-0,5}$$

**(b)** Marginal substitusjonsrate:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{5x_1^{-0,5}}{10x_2^{-0,5}} = \frac{x_2^{0,5}}{2x_1^{0,5}}$$

**(c)** Bruker samme fremgangsmåte som i flere av disse oppgavene, der målet er å finne optimalt konsum, eller etterspørselsfunksjoner. Setter MRS lik prisforholdet og løser for $x_2$:

$$\frac{x_2^{0,5}}{2x_1^{0,5}} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow x_2^{0,5} = 2\frac{p_1}{p_2}x_1^{0,5} \Leftrightarrow x_2 = 2^2\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 x_1 \Leftrightarrow x_2 = 4\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 x_1$$

Setter $x_2$ inn i budsjettbetingelsen:

$$p_1x_1 + p_2 4\frac{p_1^2}{p_2^2}x_1 = m \Leftrightarrow x_1p_1\left(1 + 4\frac{p_1}{p_2}\right) = m$$

Og løser for $x_1$:

$$x_1 = \frac{m}{p_1\left(1 + 4\frac{p_1}{p_2}\right)} \Leftrightarrow x_1 = \frac{p_2m}{p_1(p_2 + 4p_1)}$$

Som er etterspørselsfunksjonen for gode 1. Setter denne inn i uttrykket for $x_2$:

$$x_2 = 4\frac{p_1^2}{p_2^2}\frac{p_2m}{p_1(p_2 + 4p_1)} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{4p_1m}{p_2(p_2 + 4p_1)}$$

Som er etterspørselsfunksjonen for gode 2.

**(d)** Setter tallene inn i etterspørselsfunksjonene:

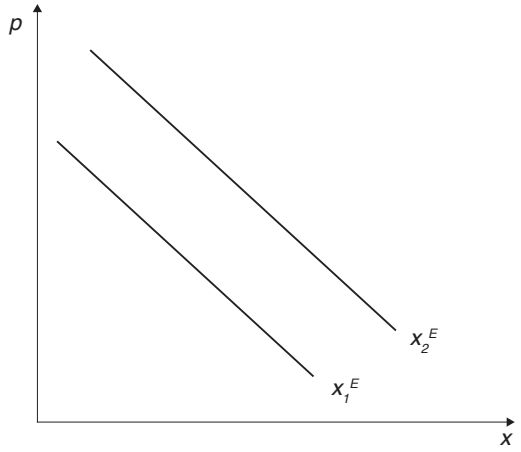
$$x_1 = \frac{2 \cdot 300}{1(2 + 4 \cdot 1)} = 100 \quad \text{og} \quad x_2 = \frac{4 \cdot 1 \cdot 300}{2(2 + 4 \cdot 1} = 100$$

**(e)** Setter tallene fra oppgave (d) inn i nyttefunksjonen:

$$U = 10 \cdot 100^{0,5} + 20 \cdot 200^{0,5} = 100 + 200 = 300$$

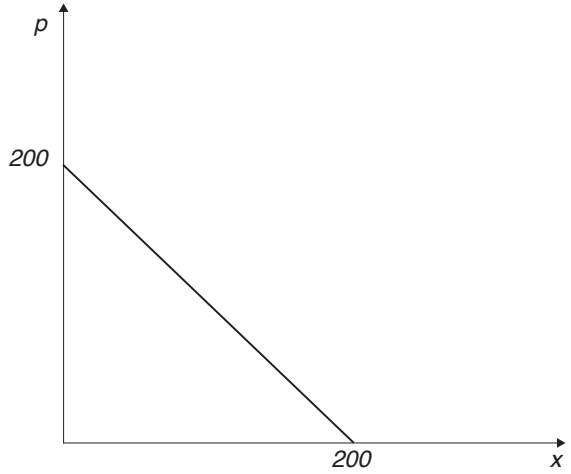
**Oppgave 6.9**

**(a)** Et normalt gode defineres som et gode der inntekt og etterspørsel går i samme retning. Økt inntekt fører dermed til økt etterspørsel. Kurven skifter da til høyre.




**(b)** Økt pris på en alternativ vare innebærer lavere etterspørsel etter denne, og dermed økt etterspørsel etter substitutter. Altså skifter etterspørselskurven til høyre slik som i oppgave (a).

**(c)** Denne funksjonen har skjæringspunkt lik 200 på begge aksene. Helningen må da være $-1$. Dette kan også vises ved å løse funksjonen for $p$, slik at $p = 200 - x^E$. Da ser vi at den deriverte med hensyn på $x$ er $-1$.



**(d)** Vi setter prisen rett inn i etterspørselsfunksjonen og får: $x^E = 200 - 50 = 150$.

### Oppgave 6.10

**(a)** Her følger vi vanlig fremgangsmåte og regner ut MRS. Så setter vi denne lik prisforholdet. Dette gir:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{p_1}{p_2} x_1$$

Bruker vi denne betingelsen sammen med budsjettbetingelsen får vi:

$$p_1 x_1 + p_2 \left( \frac{p_1}{p_2} x_1 \right) = m$$

Løser vi denne for $x_1$, får vi etterspørselsfunksjonen for gode 1:

$$x_1 = \frac{m}{2p_1}$$

Setter så denne inn i uttrykket for $x_2$ over. Da får vi følgende etterspørselsfunksjonen for gode 2:

$$x_2 = \frac{m}{2p_2}$$

**(b)** Setter tallene rett inn i uttrykkene fra oppgave (a):

$$x_1 = 10 \quad \text{og} \quad x_2 = 10$$

Nytteverdien finner vi ved å sette $x_1$ og $x_2$ inn i nyttefunksjonen:

$$U = 10^{0,5} 10^{0,5} = 10$$

**(c)** Økt pris på vare 1 påvirker bare etterspørselen etter vare 1. Ny etterspørsel blir $x_1 = 5$. Nytteverdien blir da $U = 10^{0,5} 5^{0,5} \approx 7$

**(d)** Vi bruker nå at nytten er kjent og inntekten ukjent. Vi setter etterspørselsfunksjonene med den nye prisen på vare 1 inn i nyttefunksjonen, som vi vet skal være 10.

$$U = \left( \frac{m}{2 \cdot 10} \right)^{0,5} \left( \frac{m}{2 \cdot 5} \right)^{0,5} = 10$$

Løser så denne likningen for $m$:

$$\frac{m^{0,5}m^{0,5}}{20^{0,5}\cdot 10^{0,5}} = 10 \quad \Leftrightarrow \quad m = 10\cdot 20^{0,5}\cdot 10^{0,5} \quad \Leftrightarrow \quad m \approx 141$$

Dersom du skal ha samme nyttenivå som før prisøkningen må inntekten øke med $141 - 100 = 41$ kroner.

**(e)** MRS er som før: $x_2/x_1$. Setter dette lik det nye prisforholdet:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{10}{5} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = 2x_1$$

Setter dette inn i budsjettbetingelsen og finner konsum av vare 1:

$$10x_1 + 5\cdot 2\cdot x_1 = 141 \quad \Leftrightarrow \quad 10x_1 + 10x_1 = 141 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 \approx 7$$

Konsum av vare 2 blir:

$$x_2 = 2x_1 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 2\cdot 7 = 14$$

**(f)** For å finne substitusjonseffekten og inntektseffekten ser vi på differensen i etterspørselen. Først gode 1. Her falt etterspørselen fra 10 til 7 når vi holdt nyttenivået konstant. Altså er substitusjonseffekten lik $-3$. Inntektseffekten blir da fallet i etterspørselen fra 7 til 5 enheter (som er det antallet konsumenten ender opp med å kjøpe). Det vil si at inntektseffekten er $-2$. Totaleffekten blir da $-5$.

Så gode 2. Her stiger etterspørselen fra 10 til 14 når gode 1 blir dyrere og vi holder nyttenivået konstant. Altså er substitusjonseffekten $14-10 = 4$ enheter. Inntektseffekten får vi fram når vi lar inntekten falle og budsjettlinja skifter innover. Etterspørselen ette gode 2 faller da til 10, slik at inntektseffekten er $10 - 14 = -4$. Totaleffekten blir da 0, altså ingen endring i konsum av vare 2.

# Kapittel 7

# Teknologi: Fra råvare til ferdigvare

## Løsninger

### Oppgave 7.1

Teknologi er den prosessen som skjer når råvarer blir omdannet til ferdigvarer. Innsatsfaktorer, også kalt produksjonsfaktorer, er de ressursene som inngår i en produksjonsprosess. Dette kan for eksempel være korn, mel, vann osv. som brukes for å bake brød. Arbeidskraft er også en innsatsfaktor. Ofte forenkler vi det ned til to innsatsfaktorer: arbeidskraft og realkapital. Innsatsfaktorene er altså de ressursene som går inn i bedriften, så skjer det en prosess som vi kaller teknologi, og ut på den andre siden kommer det ferdige varer eller sluttprodukter.

### Oppgave 7.2

**(a)** Isokvanten har negativ helning som følge av at de to innsatsfaktorene begge bidrar positivt til produksjonsmengden. Vi sier at grenseproduktet er positivt, slik at når bedriften bruker mer av en innsatsfaktor får den også produsert mer. Isokvanten må derfor være negativ, siden produksjonsmengden er konstant langs kurven, og redusert bruk av den ene faktoren må innebære økt bruk av den andre, for å holde produksjonsmengden konstant. Den konvekse formen følger av at grensepro-

duktet er avtagende. Slik at jo mer bedriften har av en innsatsfaktor, jo mer har den også mulighet til å bytte bort av denne for økt bruk av den andre faktoren. Og jo mindre bedriften har av en innsatsfaktor, jo mindre har den også mulighet til å bytte bort av denne for økt bruk av den andre. Gitt at produksjonsmengden skal være konstant. Avtagende grenseprodukt betyr at produktiviteten er høyest når bruken av faktoren er på sitt laveste. Man får altså mer ut av den første ansatte enn den tiende, dersom de andre innsatsfaktorene er uendrede.

**(b)** Marginal teknisk substitusjonsrate (MRTS) viser hvor mye realkapital bedriften kan bytte bort for en ekstra enhet arbeidskraft, gitt at produksjonen skal være konstant. MRTS angir helningen i et punkt på isokvanten.

**(c)** Dette betyr at bedriften kan ifølge sin teknologi bytte bort 3 enheter realkapital mot 1 enhet arbeidskraft, og likevel produsere det samme. Det teknologiske bytteforholdet mellom realkapital og arbeidskraft er altså 3.

**(d)** Det innebærer at økt bruk av begge innsatsfaktorene ikke vil øke produksjonen, siden produksjonen er konstant langs kurven. En bevegelse oppover kurven (økt bruk av begge faktorene) endrer altså ikke antall produserte enheter. Dette bryter med forutsetningen om positivt grenseprodukt.

### Oppgave 7.3

**(a)** Her er $F(L, K) = 20LK$. Grenseprodukt for arbeidskraft, også kalt arbeidsproduktivitet: $F'_L = 20K$. Grenseprodukt for realkapital: $F'_K = 20L$.

**(b)** Fra uttrykkene i oppgave (a) ser vi at grenseproduktet er positivt så lenge $L$ og $K$ er positive. Og det virker det rimelig å anta at de er. Grenseproduktet er avtagende dersom den andrederiverte er null eller negativ. I dette tilfellet er de andrederiverte: $F''_L = 0$ og $F''_K = 0$.

**(c)** MRTS er gitt ved forholdet mellom grenseproduktene:

$$\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{20K}{20L} = \frac{K}{L}$$

**(d)** MRTS blir nå $K/L = 5/20 = 1/4$. Dette betyr at bedriften kan bytte bort 1/4 enheter realkapital for 1 ekstra enhet arbeidskraft. Eller sagt på en annen måte, bedriften kan bytte bort 1 enhet realkapital for 4 ekstra enheter arbeidskraft.

### Oppgave 7.4

**(a)** Her er $F(L,K) = L^{0,8}K^{0,2}$. Grenseprodukt for arbeidskraft:

$$F'_L = 0,8L^{0,8-1}K^{0,2} = 0,8L^{-0,2}K^{0,2}$$

Grenseprodukt for realkapital:

$$F'_K = L^{0,8}0,2K^{0,2-1} = 0,2L^{0,8}K^{-0,8}$$

**(b)** Fra uttrykkene i oppgave (a) ser vi at grenseproduktet er positivt så lenge $L$ og $K$ er positive, noe vi naturlig nok antar at de er. Grenseproduktet er avtagende dersom den andrederiverte er null eller negativ. I dette tilfellet er de andrederiverte:

$$F''_L = -0,2 \cdot 0,8L^{-0,2-1}K^{0,2} = -0,16L^{-1,2}K^{0,2}$$

$$F''_K = 0,2L^{0,8}(-0,8)K^{-0,8-1} = -0,16L^{0,8}K^{-1,8}$$

Som begge er negative. Altså er grenseproduktene avtagende.

**(c)** MRTS er gitt vedd forholdet mellom grenseproduktene:

$$\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{0,8L^{-0,2}K^{0,2}}{0,2L^{0,8}K^{-0,8}} = \frac{4K^{0,2}K^{0,8}}{L^{0,8}L^{0,2}} = \frac{4K}{L}$$

### Oppgave 7.5

**(a)** Skalautbytte viser hvor mye produksjonen endres ved proporsjonale endringer i faktorbruken. Det vil si endring i produksjon ved prosentvis like store endringer i bruken av alle innsatsfaktorer. Vi skiller mellom konstant, økende og avtagende skalautbytte. Vi er i denne oppgaven ikke spurt om å utdype noe om de uilke formene, men det kan gjerne likevel gjøres på en eksamen. Les mer om de ulike formene i kapittel 7.4 i læreboka.

**(b)** For å sjekke skalautbytte sammenligner vi $F(tL, tK)$ med $tF(L, K)$. Her er $F(L, K) = L^{0,3}K^{0,7}$. Ganger vi hver faktor med $t$ får vi:

$$F(tL, tK) = (tL)^{0,3}(tK)^{0,7} = t^{0,3}L^{0,3}t^{0,7}K^{0,7} = tL^{0,3}K^{0,7}$$

som er lik $tF(L, K)$. Altså:

$$F(tL, tK) = tF(L, K)$$

som betyr konstant skalautbytte. En huskeregel her er at dersom summen av eksponentene i en Cobb-Douglas funksjon er lik 1, har funksjonen konstant skalautbytte.

**(c)** Her er $F(L, K) = L^{0,2}K^{0,6}$. Ganger vi hver faktor med $t$ får vi:

$$F(tL, tK) = (tL)^{0,2}(tK)^{0,6} = t^{0,2}L^{0,2}t^{0,6}K^{0,6} = t^{0,8}L^{0,2}K^{0,6}$$

som er lik $t^{0,8}F(L, K)$. Altså:

$$F(tL, tK) < tF(L, K)$$

som betyr avtagende skalautbytte. En huskeregel her er at dersom summen av eksponentene i en Cobb-Douglas funksjon er mindre enn 1, har funksjonen avtagende skalautbytte.

**(d)** Her er $F(L, K) = L^{0,4}K^{0,8}$. Ganger vi hver faktor med $t$ får vi:

$$F(tL, tK) = (tL)^{0,4}(tK)^{0,8} = t^{0,4}L^{0,4}t^{0,8}K^{0,8} = t^{1,2}L^{0,4}K^{0,8}$$

som er lik $t^{1,2}F(L, K)$. Altså:

$$F(tL, tK) > tF(L, K)$$

som betyr økende skalautbytte. En huskeregel her er at dersom summen av eksponentene i en Cobb-Douglas funksjon er større enn 1, har funksjonen økende skalautbytte.

# Kapittel 8

# Inntekter og kostnader

## Løsninger

### Oppgave 8.1

**(a)** Endring i bedriftens inntekt ved en liten (marginal) endring i produsert og solgt mengde. En marginal endring følger av at begrepet defineres som den deriverte av inntekten. Tilnærmingsvis kan vi definere det som endring i inntekt ved en enhets endring i solgt mengde. Symbol: $R'(X)$.

**(b)** Kostnader som er uavhengige av produsert mengde. Symbol: $FC$.

**(c)** Kostnader som er avhengige av produsert mengde. Symbol: $VC(X)$.

**(d)** Kostnader per produserte enhet. Matematisk: $C/X = \overline{C}$.

**(e)** Endring i bedriftens kostnader ved en liten (marginal) endring i produsert mengde. En marginal endring følger av at begrepet defineres som den deriverte av kostnadsfunksjonen. Tilnærmingsvis kan vi definere det som endring i kostnad ved en enhets endring i produsert mengde. Symbol: $C'(X)$.

### Oppgave 8.2

Skalautbyttet viser hvor mye produsert mengde endres ved såkalte skalaendringer i bruken av innsatsfaktorene. Skalaendringer er proporsjonale endringer. For eksempel, hvor endres produksjonsmengden, dersom bruken av alle

innsatsfaktorene øker med 5 prosent. Øker produksjonsmengden med mer enn 5 prosent sier vi at produksjonen har økende skalautbytte, dersom den øker med 5 prosent har produksjonen konstant skalautbytte, og dersom den øker med mindre enn 5 prosent har produksjonen avtagende skalautbytte.

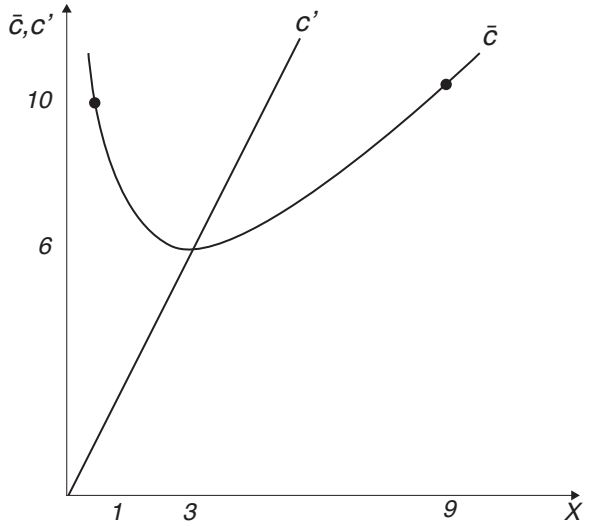
De variable kostnadene defineres generelt som de kostnadene som avhenger av produsert mengde. Men hvordan de påvirkes av produksjonsmengden vil avhenge av skalautbyttet. Dersom produksjonen har økende skalautbytte innebærer det at vi får mer og mer ut av innsatsfaktorene. For å øke produksjonen opp til et bestemt nivå må derfor faktorbruken øke med mindre og mindre. Det innebærer at kostnadene vil øke, men være avtagende. Altså underproporsjonale. Det motsatte skjer dersom produksjonen har avtagende skalautbytte. Vi kan dermed konkludere med at de variable kostnadene vil bevege seg motsatt av skalautbyttet.

**Oppgave 8.3**

**(a)** $FC = 9$, $VC = X^2$ og $C'(X) = 2X$. Gjennomsnittskostnadene er:

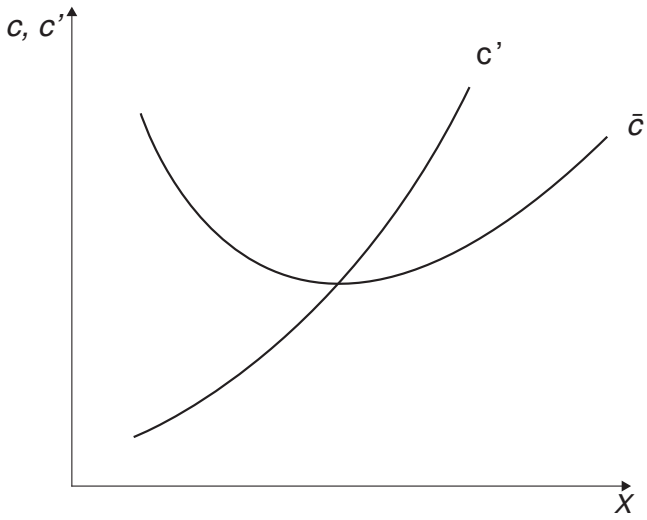
$$\overline{C} = \frac{C}{X} = \frac{9 + X^2}{X} = \frac{9}{X} + \frac{X^2}{X} = \frac{9}{X} + X$$

**(b)** Figur



**Oppgave 8.4**

Vi tar utgangspunkt i en kurve for gjennomsnittskostnadene som er først fallende, og deretter stigende. Dette gir kurven et bunnpunkt. Kurven for grensekostnadene vil skjære gjennomsnittskostnadene i dette bunnpunktet.




Forklaringen er som følger. Til venstre for dette bunnpunktet er grensekostnadene lavere enn gjennomsnittskostnadene. Det vil si at kostnadsøkningen ved å produsere en enhet til er lavere enn snittet. Å produsere en enhet til vil derfor trekke snittet ned. Derfor er gjennomsnittskostnadskurven fallende til venstre for bunnpunktet. Til høyre for bunnpunktet er grensekostnadene større enn gjennomsnittskostnadene. Å produsere en enhet til koster derfor mer enn snittet, og trekker dermed snittet opp. Altså er gjennomsnittskostnadskurven stigende etter bunnpunktet.

**Oppgave 8.5**

**(a)** Her er $FC = 36$ og $VC = 2X + X^2$.

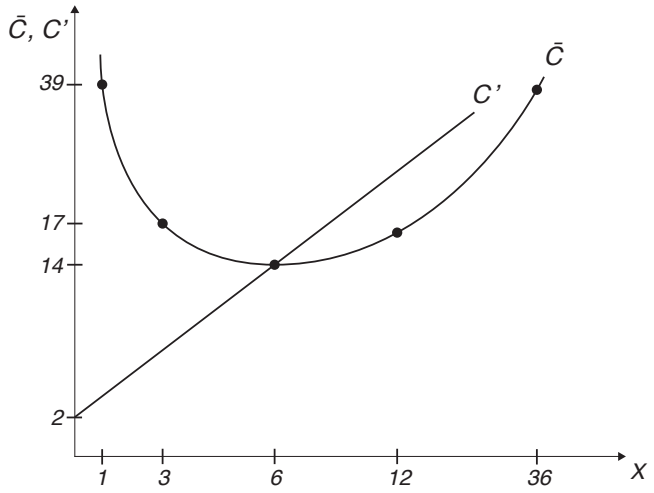
**(b)** Gjennomsnittskostnadene:

$$\overline{C} = \frac{36 + 2X + X^2}{X} = \frac{36}{X} + \frac{2X}{X} + \frac{X^2}{X} = \frac{36}{X} + 2 + X$$

Denne funksjonen kan vi tegne ved å sette inn ulike verdier for $X$, og deretter regne ut $\overline{C}$. Noen verdier er gitt i følgende tabell:

| $X$ | 1 | 3 | 6 | 12 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\overline{C}$ | 39 | 17 | 14 | 17 | 39 |

Vi kan nå tegne disse punktene inn i diagrammet.




**(c)** Grensekostnaden er gitt ved: $C'(X) = 2 + 2X$. Her kan man også sette inn verdier for $X$ og regne ut $C'(X)$. Men vi kan også bruke kunnskapen vår om lineære funksjoner og stingingstall (se kapittel 2 i læreboka om kunnskapen ikke er helt på plass). Når $X = 0$ ser vi at $C'(X) = 2$. Det vil si at $C'(X)$ starter i 2 på den vertikale aksen. Stigningstallet er også 2, slik at nå har vi egentlig alt vi trenger for å tegne linja. Er vi litt smarte tester vi $X = 6$. Det skyldes at kurven vi har tegnet i (b) har bunnpunkt i $X = 6$. Fra teorien om sammenhengen mellom gjennomsnittskostnadene og grensekostnadene innebærer dette at grensekostnadskurven skal skjære gjennomsnittskostnadskurven i dette punktet. Setter vi inn $X = 6$ får vi $C'(X) = 2 + 2 \cdot 6 = 14$. Altså skjærer grensekostnadskurven bunnpunktet, og vi kan trekke opp linja. Se figur i (b).

### Oppgave 8.6

**(a)**

$$\overline{C} = X + \frac{4}{X} \quad \text{og} \quad C'(X) = 2X$$

**(b)**

$$\overline{C} = X^2 \quad \text{og} \quad C'(X) = 3X^2$$

**(c)**

$$\overline{C} = 2X + 2 + \frac{2}{X} \quad \text{og} \quad C'(X) = 4X + 2$$

**(d)**

$$\overline{C} = 8 + \frac{12}{X} \quad \text{og} \quad C'(X) = 8$$

**(e)**

$$\overline{C} = 3X + \frac{k}{X} \quad \text{og} \quad C'(X) = 6X$$

**Oppgave 8.7**

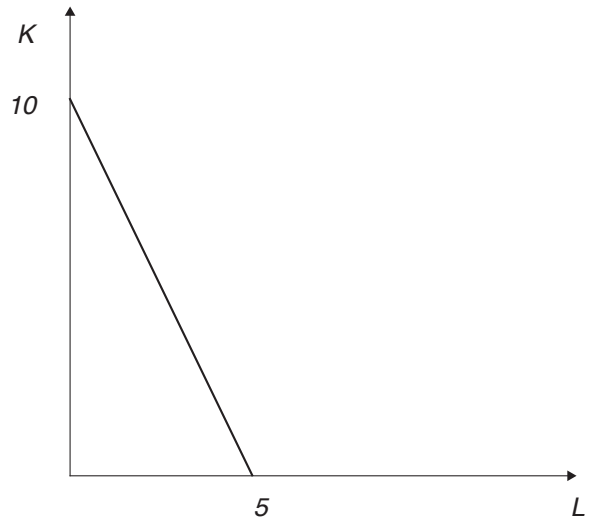
**(a)** Kort sikt defineres som en periode der minst en av innsatsfaktorene er faste. På lang sikt er alle innsatsfaktorene variable. Eksempel: Dersom en bedrift bruker innsatsfaktorene realkapital og arbeidskraft, og det tar 1 måned å implementere arbeidskraften, mens det tar 6 måneder å implementere realkapitalen, så er kort sikt opp til 6 måneder (siden realkapitalen ligger fast fram til da), mens lang sikt er fra 6 måneder og oppover.

**(b)** En isokost viser ulike faktorkombinasjoner som gir samme total kostnad.

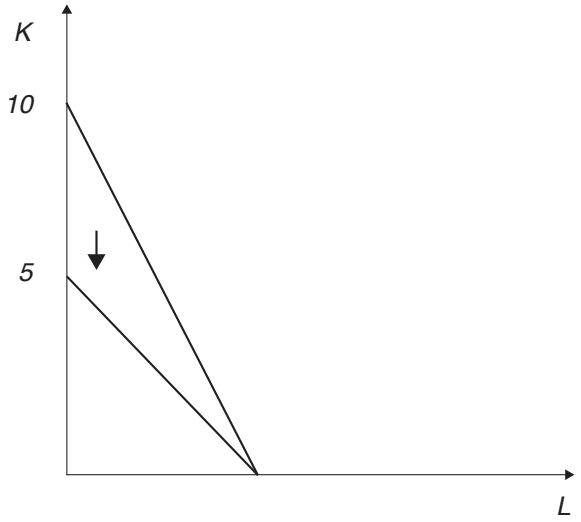
**(c)** Kostnadsfunksjonen blir: $20L + 10K = 100$.

**(d)** Skjæringspunktene finner vi ved å sette variabelen på motsatt akse lik null. Skjæringspunkt med $L$-aksen: Setter $K = 0$, slik at $20L = 100$, som gir $L = 5$. Skjæringspunkt med $K$-aksen: Setter $L = 0$, slik at $10K = 100$, som gir $K = 10$. Helningen finner vi ved å løser likningen for $K$, og derivere med hensyn på $L$:

$$20L+10K = 100 \;\Leftrightarrow\; 10K = 100-20L \;\Leftrightarrow\; K = 10-2L \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dL} = -2$$




**(e)** Da vil skjæringspunktet med $K$-aksen reduseres til 5. Dette vrir isokostlinja slik at den blir slakere.



# Kapittel 9

# Produsentens tilpasning I

## Løsninger

### Oppgave 9.1

**(a)** I denne oppgaven er hensikten å komme fram til optimalitetsbetingelsen MRTS lik faktorprisforholdet, altså produsentens optimale valg av innsatsfaktorer. Som vi vet fra kapittelet kan dette gjøres både grafisk og matematisk. Jeg vil anbefale at du lærer deg begge, men i verbale utledninger blir ofte den grafiske prioritert.

For å gjøre en grafisk utledning bør du ha med følgende momenter:

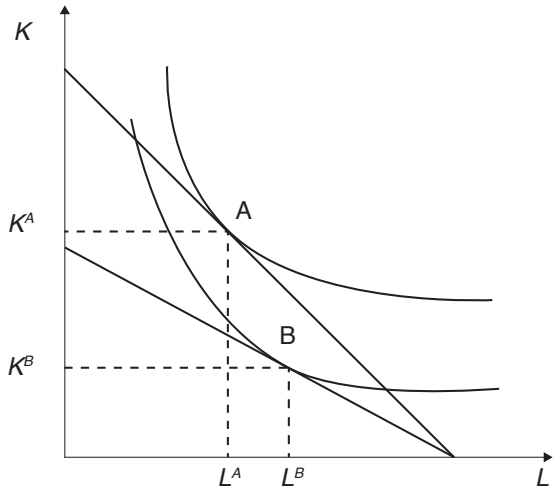
- Innledning: Her skriver du om hva du skal fram til og hvilke forutsetninger som gjelder. Sentrale forutsetninger:
  - Rasjonell produsent som maksimerer produksjonsmengden.
  - Produsenten har en gitt kostnadsramme (budsjett).
  - Fullkommen konkurranse som innebærer gitte priser i alle markeder.
- Isokost: Forklar hva denne viser, formuler den matematisk og tegn isokostlinja med helningsuttrykk og skjæringspunkter.
- Produksjon og teknologi: Forklar hva som menes med å maksimere produksjon. Presenter produktfunksjonen og isokvantene. Definer også grenseprodukt og marginal teknisk substitusjonsrate.

- Optimal tilpasning: Her settes isokosten sammen med isokvantkartet. Tegn figur. Forklar hvorfor tangeringspunktet gir optimal tilpasning. Forklar også at ved å gå fra tangeringspunktet og ut til aksene får du lest av optimal etterspørsel etter arbeidskraft og realkapital.

I den grafiske utledningen er det viktig at du viser at du kan bygge opp modellen på egenhånd. Og at leseren skjønner at du har skjønt det! Her kan det være nyttig å tenke at leseren ikke kan denne modellen, og at du skal gi en presis innføring.

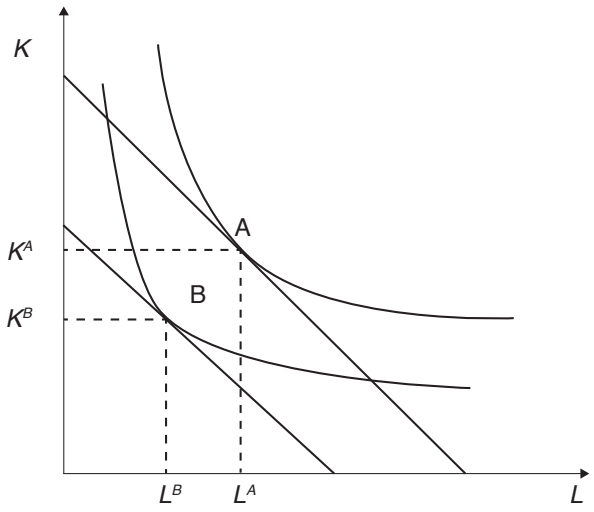
For å gjøre en matematisk utledning følger du stegene som er vist i kapittel 9.2.2 med Lagranges metode.

**(b)** Ettersom de to innsatsfaktorene er substitutter betyr det at de erstatter hverandre. Slik at økt pris på en av dem, fører til høyere etterspørsel etter den andre. Økt pris på realkapital gjør at skjæringspunktet til isokostlinja med den vertikale aksen blir mindre. Isokostlinja blir dermed slakere. Produsenten tilpasser seg da med en ny isokvant på den nye isokostlinja. Vi går fra punkt A til punkt B. Ved å sammenligne A og B, ser vi at etterspørselen etter realkapital har gått ned, etterspørselen etter arbeidskraft har økt, og at produksjonsmengden har falt (isokvant lenger inn i diagrammet).




**(c)** En reduksjon i kostnadsramma skifter isokostlinja innover. Det vil si at budsjettrommet reduseres. Jeg antar nå at begge innsatsfaktorene

er normale, slik at etterspørselen etter begge faller. Tilpasningen går fra punkt A til B. Bruken av begge innsatsfaktorene har gått ned, og produksjonsmengden har gått ned.




**Oppgave 9.2**

For å finne optimal bruk av innsatsfaktorene bruker vi betingelsen MRTS lik faktorprisforholdet. Vi er ikke spurt om å se på etterspørselsfunksjonene, slik at vi her går rett på å regne ut selve verdien på etterspørselen. Begge innsatsfaktorene koster 1 krone, slik at faktorprisforholdet blir 1. Her er MRTS:

$$\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{K}{L}$$

Hvor vi har derivert produktfunksjonen med hensyn på $L$ over brøkstreken, og med hensyn på $K$ under brøkstreken. Setter lik faktorprisforholdet:

$$\frac{K}{L} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad K = L$$

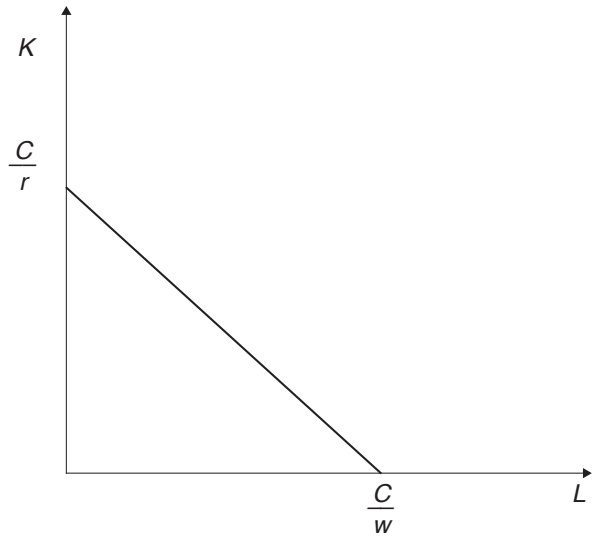
Som er tangeringspetingelsen (mellom isokost og isokvant). Setter dette inn i kostnadsramma:

$$L + K = 6 \quad \Rightarrow \quad K + K = 6 \quad \Leftrightarrow \quad 2K = 6 \quad \Leftrightarrow \quad K = 3$$

Og siden $L = K$, ser vi at etterspørselen etter både arbeidskraft og realkapital er lik 3 enheter.

**Oppgave 9.3**

**(a)** Isokosten er gitt ved: $wL + rK = C$. Her kan det også vises skjæringspunkter og helningsuttrykk slik det er vist i oppgave 9.1. Isokostlinja:




**(b)** Bruker betingelsen MRTS lik faktorprisforholdet $(w/r)$. Her er MRTS:

$$\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{K^{0,5}}{L0,5K^{-0,5}} = \frac{2K^{0,5}K^{0,5}}{L} = \frac{2K}{L}$$

Finner tangeringsbetingelsen ved å sette MRTS lik faktorprisforholdet. Løser dette for $K$:

$$\frac{2K}{L} = \frac{2}{5} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{K}{L} = \frac{1}{5} \quad \Leftrightarrow \quad K = \frac{L}{5}$$

Setter dette og tallene fra oppgaven inn i isokosten:

$$2L + 5\frac{L}{5} = 30 \quad \Leftrightarrow \quad 2L + L = 30 \quad \Leftrightarrow \quad 3L = 30 \quad \Leftrightarrow \quad L = 10$$

Finner $K$ ved å sette $L = 10$ inn i uttrykket for $K$ over:

$$K = \frac{L}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

Altså blir det etterspurt 10 enheter arbeidskraft og 2 enheter realkapital.

**(c)** Dette finner vi ved å sette optimal $L$ og $K$ inn i produktfunksjonen:

$$X = LK^{0,5} = 10 \cdot 2^{0,5} \approx 14$$

### Oppgave 9.4

Substitumalen viser optimale faktorkombinasjoner for ulike kostnadsnivåer. Ulike kostnadsnivåer er det samme som ulike nivåer på kostnadsramma som innebærer ulike isokostlinjer. De ulike isokostlinjene er paralellforskyvninger. Tegner vi inn flere isokvanter som tangerer de ulike isokostlinjene får vi fram optimale tilpasninger. Trekker vi så en linje gjennom disse optimale punktene framkommer substitumalen. Den grafiske utledningen kan vises på nøyaktig samme måte som i figur 9.4 i læreboka.

### Oppgave 9.5

**(a)** I denne oppgaven er problemstillingen snudd på hodet. Det vil si at produsenten ønsker nå å minimere kostnadene for et gitt produksjonsmål. Det vil si at det nå er isokosten som er målfunksjonen, og produktfunksjonen som er bibetingelsen. Altså:

$$\min_{L,K} wL + rK \quad \text{gitt} \quad 10L^{0,5}K^{0,5} = 80$$

Fremgangsmåten for å løse dette er nesten likt som ved maksimering av produksjon. Tangeringsbetingelsen må fremdeles holde. Men vi setter nå tangeringsbetingelsen inn i produktfunksjonen og ikke isokosten, siden det nå er produktfunksjonen som er bibetingelsen. Starter derfor med å finne MRTS:

$$\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{0,5 \cdot 10L^{-0,5}K^{0,5}}{10L^{0,5}0,5K^{-0,5}} = \frac{L^{-0,5}K^{0,5}}{L^{0,5}K^{-0,5}} = \frac{K^{0,5}K^{0,5}}{L^{0,5}L^{0,5}} = \frac{K}{L}$$

Faktorprisforholdet er $w/r = 10/40 = 1/4$. Setter dette lik MRTS og løser for $K$:

$$\frac{K}{L} = \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow \quad K = \frac{L}{4}$$

Setter så dette inn i produktfunksjonen:

$$10L^{0,5}\left(\frac{L}{4}\right)^{0,5} = 80 \quad \Leftrightarrow \quad 10L^{0,5}\frac{L^{0,5}}{4^{0,5}} = 80$$

Og løser for $L$:

$$10L^{0,5}\frac{L^{0,5}}{2} = 80 \quad \Leftrightarrow \quad 5L = 80 \quad \Leftrightarrow \quad L = 16$$

Setter vi $L = 16$ inn i uttrykket for $K$ får vi: $K = L/4 = 16/4 = 4$. Vi har dermed funnet optimal bruk av arbeidskraft og realkapital.

**(b)** Dette finner vi ved å sette $L = 16$ og $K = 4$ inn i målfunksjonen, som er isokosten:

$$wL + rK = 10 \cdot 16 + 40 \cdot 4 = 320$$

# Kapittel 10

# Produsentens tilpasning II og produsentens tilbud

## Løsninger

### Oppgave 10.1

**(a)** $X = F(L, K)$.

**(b)** Dette er en type utledningsoppgave, som innebærer at du skal presentere en modell. I denne oppgaven er hensikten å komme fram til både betingelsen om bedriften bør bruke en innsatsfaktor inntil merinntekten er lik merkostnaden, og optimalitetsbetingelsen MRTS lik faktorprisforholdet. Vi starter med en matemtaisk tilnærmingm, som også presenteres grafisk.

Du bør ha med følgende momenter:

- Innledning: Her skriver du om hva du skal fram til og hvilke forutsetninger som gjelder. Forklar også at uttrykket for profitt nå formuleres son en funksjon av innsatsfaktorer, siden du skal fram til tilpasningen på faktormarkedet. Sentrale forutsetninger:
  - Rasjonell produsent som maksimerer profitt.
  - Fullkommen konkurranse som innebærer gitte priser på både faktormarkedet og godemarkedet.

- Formuler profittfunksjonen. Se likning 10.2 i læreboka. Forklar uttrykket og at det er $L$ og $K$ som bedriften kan bestemme.
- Finn førsteordensbetingelsene. Se likning 10.3 og 10.4 i læreboka.
- Forklar tolkningen av førsteordensbetingelsene. For å si noe om optimal faktorbruk bør du fokusere på den som i læreboka kalles 10.5 (a). Den viser hvordan opptimal bruk av en innsatsfaktor bestemmes av den merinntekten bruk av en faktor gir, sammenlignet med merkostnaden.
- Formuler førsteordensbetingelsene slik at de viser tangeringsbetingelsen mellom isokost og isokvant. Det vil si likning 10.6 i læreboka. Vis først betingelsen, så forklar at denne sier at helningen på isokvanten skal være lik helningen på isokosten. Du må derfor også forklare disse begrepene om det ikke er gjort tidligere. Begrepet MRTS bør også forklares her.
- Tegn figur som viser optimal tilpasning. Det vil si tangeringspunktet mellom isokost og isokvant. Forklar også at ved å gå fra tangeringspunktet og ut til aksene får du lest av optimal etterspørsel etter arbeidskraft og realkapital.

**(c)** Nei, tangeringsbetingelsen om at MRTS er lik faktorprisforholdet må gjelde også ved maksimering av produkjon for en gitt kostnadsramme. Dette skyldes at dersom betingelsen ikke var oppfylt, ville bedriften kunne øke produksjonen ved å substituere mellom innsatsfaktorene.

### Oppgave 10.2

**(a)** Profittfunksjonen med førsteordensbetingelser:

$$\pi = p10LK - wL - rK$$

$$\pi'_L = p10K - w = 0 \qquad \text{(i)}$$
$$\pi'_K = p10L - r = 0 \qquad \text{(ii)}$$

**(b)** Ved å løse førsteordensbetingelse (i) for $K$, og førsteordensbetingelse (ii) for $L$, får vi:

$$\text{Fra (i)} \quad K = \frac{w}{10p} \qquad \text{Fra (ii)} \quad L = \frac{r}{10p}$$

Setter så disse uttrykkene inn i produktfunksjonen:

$$X = 10\frac{r}{10p}\frac{w}{10p} = \frac{wr}{10p^2}$$

**(c)** Setter inn de oppgitte tallene i løsningen fra oppgave (b):

$$X = \frac{10 \cdot 20}{10 \cdot 2^2} = 5$$

### Oppgave 10.3

Betingelsen skrevet som $pF'_K = r$ viser at merinntekten ved å bruke mer realkapital må være like stor som merkostnaden i optimal tilpasning. Dersom venstre side er større enn høyre, vil bedriften tjene på å bruke mer realkapital, ettersom merinntekten av å bruke en enhet realkapital overstiger merkostnaden. Dersom venstre side er lavere enn høyre side, vil bedriften tjene på å bruke mindre realkapital, siden merkostnaden da overstiger merinntekten. Merk at bedriften kan variere $K$ for å påvirke $F'_K$, og dermed venstre siden av betingelsen.

Betingelsen skrevet som $p = r/F'_K$ viser at i optimal tilpasning må prisen være lik grensekostnaden. Høyresiden uttrykker her grensekostnaden. Det vil si hvor mye kostnaden endres dersom produksjonen endres marginalt.

### Oppgave 10.4

**(a)** I denne oppgaven skal du utlede en modell for bedriftens tilpasning på faktormarkedet. Målet er betingelsen om at isokvanten må tangere isokosten, og at budsjettet må være oppfylt. Oppgaven er således lik oppgave 10.1 (b). Se derfor løsningen på denne.

**(b)** I denne oppgaven er spørsmålet hvor mye det er optimalt for bedriften å produsere. Vi må derfor se på tilpasningen på varemarkedet. Siden du allerede har gjort oppgave (a) og sett på tilpasningen på faktormarkedet, trenger du ikke en så fullstendig besvarelse her i (b). Hadde derimot dette vært første spørsmål burde du satt opp en tilsvarende disposisjon på denne oppgaven.

Her er det tilstrekkelig å bygge videre på profittmaksimering, men med en omskriving av profittfunksjonen. Følgende poenger bør være med.

- Noen ord om at målet nå er å finne den produksjonsmengden som maksimerer profitt.
- Profittfunksjonen. Formuleres som en funksjon av produksjonsmengde.

  $$\pi(X) = pC - C(X)$$

  Denne skal maksimeres med hensyn på $X$.
- Førsteordensbetingelse. Finner førsteordensbetingelsen ved å derivere med hensyn på $X$, og sette lik null:

  $$\pi'(X) = p - C(X) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad p = C'(X)$$

  Som sier at bedriften må velge den produksjonsmengden som gjør at prisen på godet er lik grensekostnaden. Denne betingelsen bør forklares. Se kapittel 10.3 i læreboka.
- Grafisk framstilling. Bruk en figur som viser pris, grensekostnad og gjennomsnittskostnad. Forklar hvordan dette viser optimal produksjon, og profitt. Se kapittel 10.3.1 i læreboka.

**(c)** Grensekostnaden er $C'(X) = 3X^2$. Gjennomsnittskostnaden er:

$$\overline{C} = \frac{16}{X} + X^2$$

**(d)** Setter $C'$ lik $\overline{C}$ og løser for $X$:

$$3X^2 = \frac{16}{X} + X^2 \Leftrightarrow 3X^3 = 16 + X^3 \Leftrightarrow 2X^3 = 16 \Leftrightarrow X^3 = 8 \Leftrightarrow X = 8^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow X = 2$$

**(e)** Setter grensekostnad lik pris og finner optimal produksjonsmengde:

$$3X^2 = 243 \quad \Leftrightarrow \quad X^2 = 81 \quad \Leftrightarrow \quad X = 9$$

Setter denne produksjonsmengden inn i uttrykket for profitt:

$$\pi = pX - C(X) = 243 \cdot 9 - 16 - 9^3 = 1442$$

**Oppgave 10.5**

Bruker betingelsen pris lik grensekostnad. Her er grensekostnaden $C'(X) = 6X$. Setter denne lik prisen og løser for $X$:

$$6X = 600 \quad \Leftrightarrow \quad X = 100$$

Som er optimal produksjonsmengde. Sette denne mengden inn i uttrykket for profitt:

$$\pi = pX - C(X) = 600 \cdot 100 - 10\,000 - 3 \cdot 100^2 = 60\,000 - 10\,000 - 30\,000 = 20\,000$$

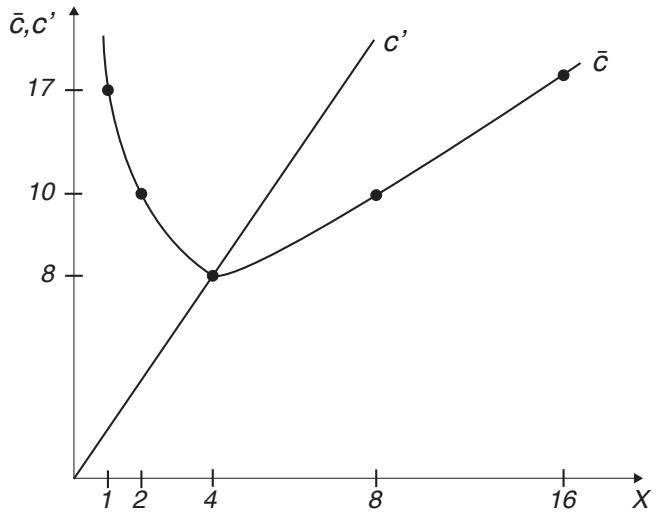
Som er maksimalt overskudd for Jokernord.

**Oppgave 10.6**

**(a)** Gjennomsnittskostnader:

$$\overline{C} = \frac{16 + X^2}{X} = \frac{16}{X} + X$$

**(b)** Grensekostnaden er $C'(X) = 2X$.




**(c)** Setter grensekostnad lik pris og finner optimal produksjonsmengde:

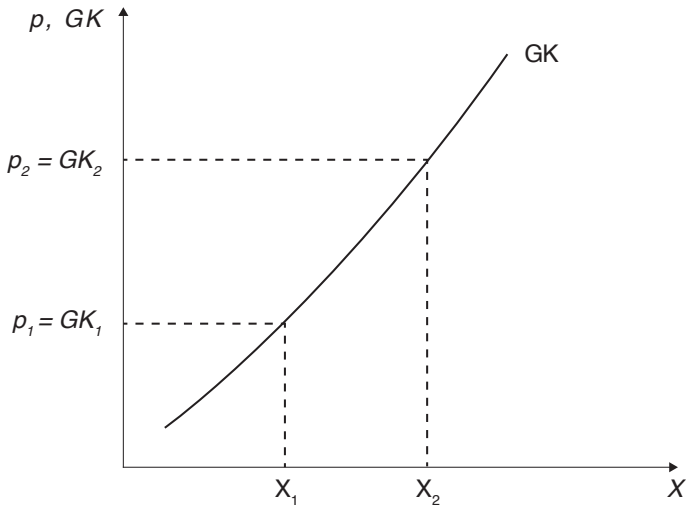
$$2X = 150 \quad \Leftrightarrow \quad X = 75$$

**(d)** Setter optimal produksjonsmengde inn i uttrykket for profitt:

$$\pi = 150 \cdot 75 - 16 - 75^2 = 5609$$

### Oppgave 10.7

Betingelsen sier at produsenten må produsere inntil prisen på godet som selges er lik grensekostnaden. Denne produksjonsmengden vil maksimere produsentens profitt. Dersom markedsprisen av en eller annen grunn øker, ser vi at $p > GK$. For å maksimere profitt må bedriften da øke grensekostnaden, og dette gjøres ved å øke produksjonsmengden, siden grensekostnaden er stigende i produksjonsmengden. Altså vil produsenten respondere på økt markedspris med å øke produksjonen. Dette kan vises grafisk.




LVi tar utgangspunkt i prisen $p_1$. Produsenten tilpasser produksjonsmengden til $X_1$, slik at $p_1 = GK_1$. Så øker prisen til $p_2$. Da øker produsenten produksjonsmengden til $X_2$, slik at grensekostnaden blir lik den nye prisen, $p_2 = GK_2$.

Vi kan altså konkludere med at grensekostnadskurven forteller oss hvor mye produsenten vil produsere for en hvilken som helst markedspris. Det vil si produsentens tilbud. Og det er akkurat slik tilbudskurven defineres. Den skal vise antall tilbudte enheter for enhver markedspris. Grensekostnadskurven er altså sammenfallende med tilbudskurven. Merk at bedriften må dekke sine kostnader over tid, slik at tilbudskruven starter over kurven for gjennomsnittskostnadene. Se figur 10.2 i læreboka.

Tilbudsfunksjonen viser tilbudte enheter som en funksjon av prisen. Betingelsen som er oppgitt viser prisen som en funksjon av mengden, der høyre side er grensekostnaden. Dette er altså optimalitetsbetingelsen. Vi kan derfor nokså greit løse denne betingelsen for $X$. Da får vi mengden som en funksjon av prisen. Det gir $X = 2p$. Da ser vi at dersom prisen er 5 kroner, tilbys det $2 \cdot 5 = 10$ enheter.

# Kapittel 11

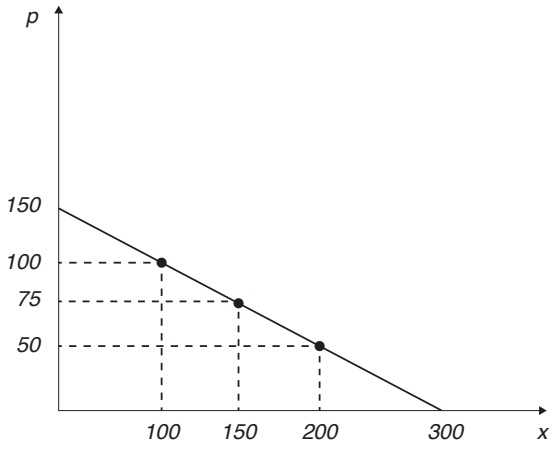
# Fullkommen konkurranse og markedsanalyse

## Løsninger

### Oppgave 11.1

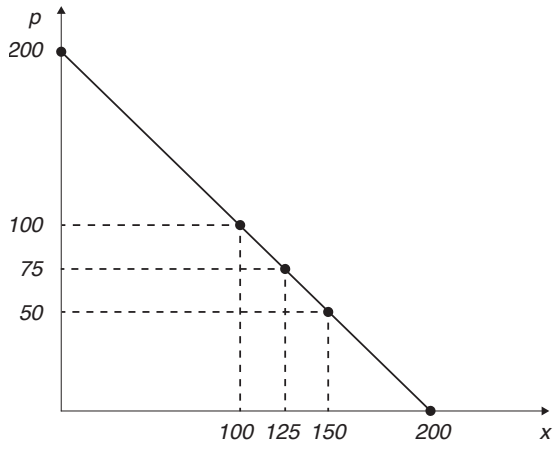
**(a)** Vi leser svarene rett fra etterspørselsfunksjonene. Ved pris lik 100 kroner, vil etterspørselen bli $x_K^E = 300 - 2p = 300 - 2 \cdot 100 = 100$. Tilsvarende for de andre prisene gir etterspørsel lik 150, og 200.

**(b)** Etterspørselskurven:

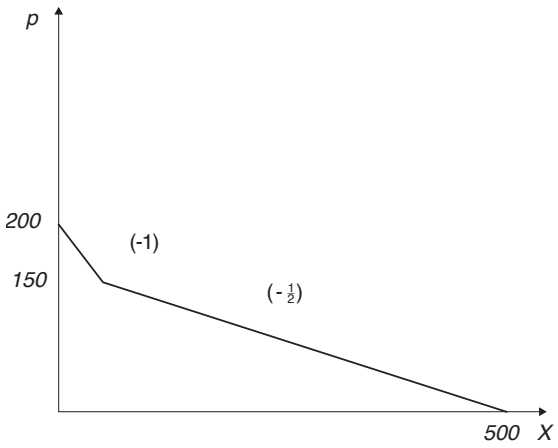


**(c)** Setter de ulike prisene inn i etterspørselsfunksjonen til Børre, og får ved $p = 100$, blir $x_B^E = 100$, ved $p = 75$, blir $x_B^E = 125$, og ved $p = 50$, blir $x_B^E = 150$.

**(d)** Etterspørselskurven:

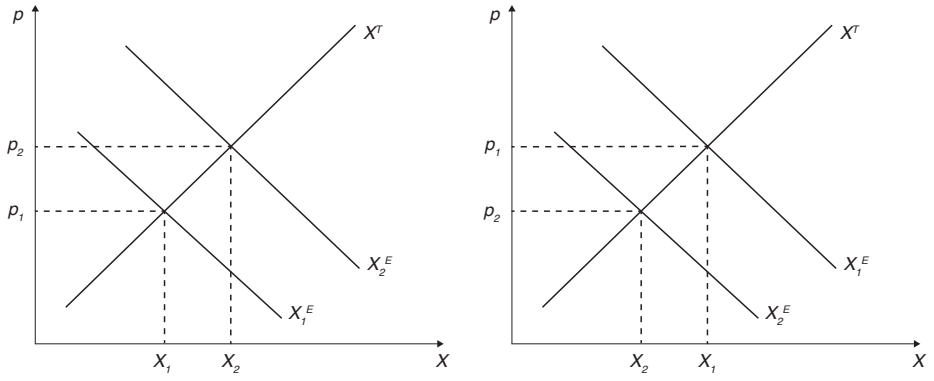



**(e)** For å tegne markedets etterspørselskurve må vi summere de to konsumentenes etterspørselskurver horisontalt. Skjæringspunktet med den horisontale aksen finner vi ved å summere skjæringspunktene med denne aksen for de to konsumentene. Det vil si $300 + 200 = 500$. Fra etterspørselskurven til Knut vet vi at han ikke vil kjøpe noe dersom prisen overstiger 150 kroner. For en pris høyere enn dette vil det derfor kun være Børre som etterspør. Vi tegner derfor Børre sin etterspørselskurve fra skjæringspunktet 200 på prisaksen. Helningen på Børre sin etterspørselskurve er $-1$. Denne kurven er gjeldende ned til prisen 150, så kommer også Knut sin etterspørselskurve med. Denne har slakere helning $(-1/2)$, noe som innebærer at kurven får et knekkpunkt her. Så følger den videre ut til skjæringspunktet 500 på den horisontale aksen.



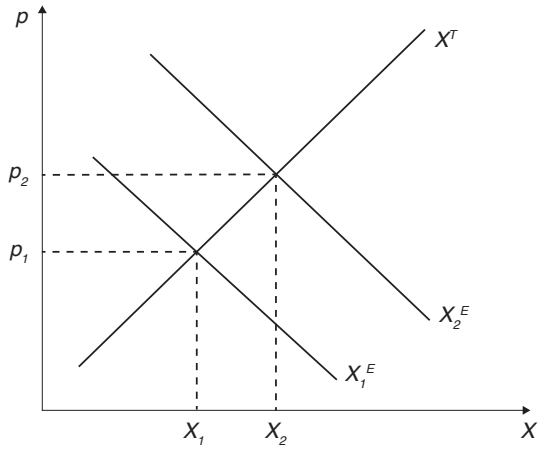

## Oppgave 11.2

**(a)** Ved et normalgode vil økt inntekt innebære økt etterspørsel, mens ved et mindreverdig gode vil økt inntekt innebære lavere etterspørsel. Etterspørselskurven vil derfor skifte til høyre ved et normalgode, og til venstre ved et mindreverdig gode.



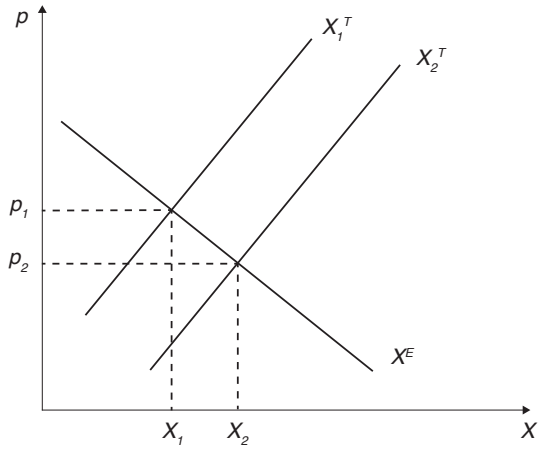

Ser av figurene at ved et normalgode vil pris og omsatt mengde øke, mens ved et mindreverdig gode vil pris og omsatt mengde falle.

**(b)** Dette fører til økt etterspørsel etter det komplementære godet, og derfor også økt etterspørsel etter godet vi betrakter.



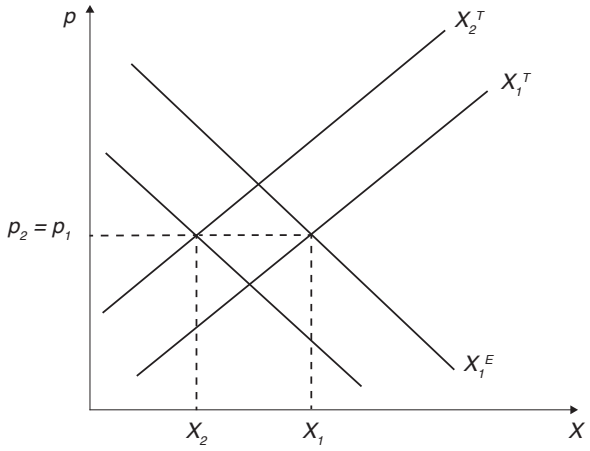

Vi ser av figuren at likevektsprisen øker, og omsatt mengde øker.

**(c)** Dette innebærer at bedriften får lavere kostnader, og dermed skifter tilbudskurven til høyre.




Vi ser av figuren at likevektsprisen går ned, og omsatt mengde øker.

**(d)** Dette fører til skift til venstre i både tilbudet og etterspørselen.



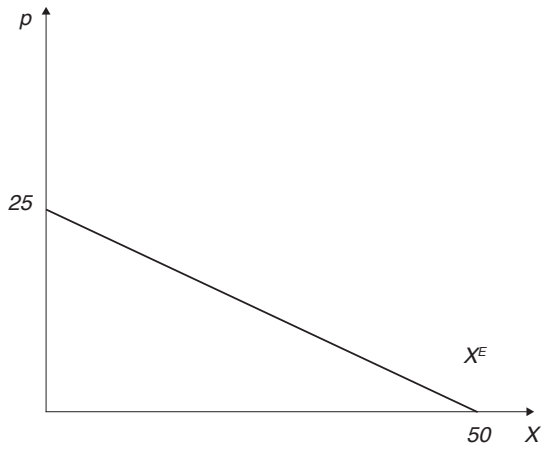

Vi ser av figuren at prisen er uendret, men at omsatt mengde går ned. Skiftet i tilbudet trekker prisen opp, mens skiftet i etterspørselen trekker prisen ned. I figuren over nuller de hverandre ut. Dette må ikke nødvendigvis skje, prisen kan gå både opp og ned, avhengig av hilken kurve som skifter mest.

## Oppgave 11.3

**(a)** Starter med å finne skjæringspunktene. En enkel måte å se disse på er å samle ledd med variabel i på venstre side, så sette en og en variabel lik null. Først flytter vi $-2p$ over på venstre side:

$$2p + X^E = 50$$

Dersom vi nå skal finne skjæringspunktet med $X$-aksen, setter vi $p = 0$. Da får vi $X = 50$, som er skjæringspunktet med mengdeaksen. Så setter vi $X^E = 0$, og ser at $2p = 50$, som gir $p = 25$, som er skjæringspunktet med prisaksen.




**(b)** Setter prisen rett inn i etterspørselsfunksjonen: $X^E = 50 - 2 \cdot 10 = 30$.

**(c)** Ny etterspørsel: $X^E = 50 - 2 \cdot 12 = 26$. Endring i etterspørsel: $26 - 30 = -4$. Altså faller etterspørselen med 4 enheter.

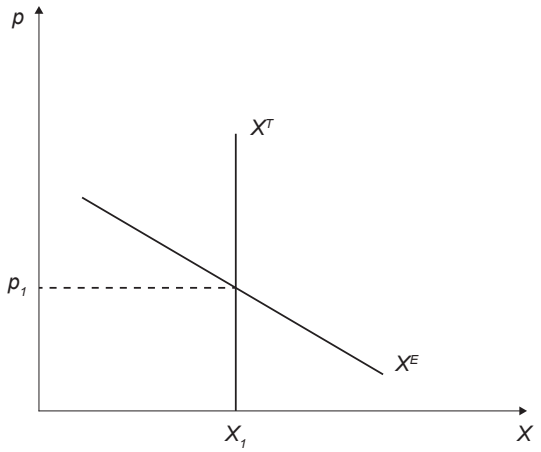
**(d)** Elastisiteten (se formel fra kapittel 5.4 i læreboka):

$$e = \frac{\frac{26-30}{30}}{\frac{12-10}{10}} = \frac{-0,133}{0,2} = -0,67$$

Som innebærer at etterspørselen er uelastisk.

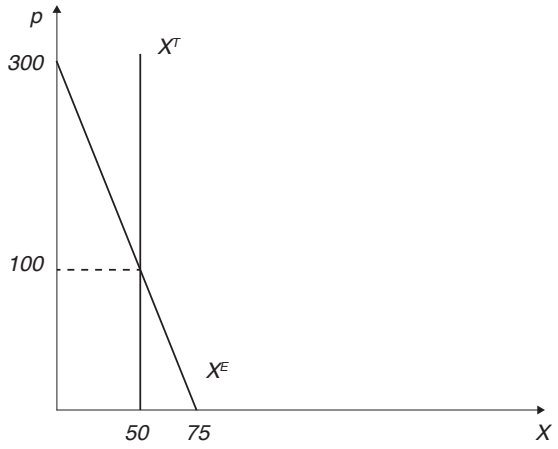
**Oppgave 11.4**

**(a)** Markedskrysset blir som følger:




**(b)** Det innebærer at mengden er fullstendig tilbudsbestemt. Endringer i etterspørselen vil kun ha effekt på prisen. Økt etterspørsel for eksempel øke prisen, men ikke påvirke omsatt mengde. Virker rimelig i boligmarkedet på kort sikt, siden det tar tid å bygge nye boliger.

**(c)** Vi bruker samme fremgangsmåte som i oppgave 11.3 for å finne skjæringspunktene til etterspørselskurven.Tilbudskurven er uavhengig av prisen, og er derfor en vertikal linje som starter i 50.

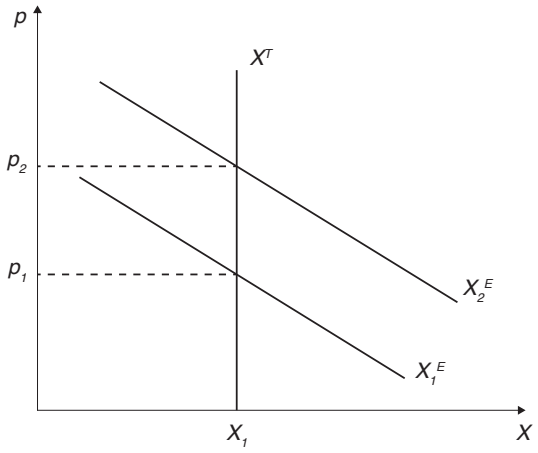


Vi regner ut lievektsprisen ved å sette tilbud lik etterspørsel:

$$X^T = X^E \quad \Leftrightarrow \quad 50 = 75 - 0,25p \quad \Leftrightarrow \quad 0,25p = 25 \quad \Leftrightarrow \quad p = 100$$

Mengden er gitt ved tilbudet og lik 50. Kan også finne mengden ved å sette likevektsprisen inn i etterspørselsfunksjonen $X^E = 75 - 0,25 \cdot 100 = 50$. Vi har også satt prisen inn i figuren over.

**(d)** Dersom etterspørselskurven skifter til høyre vil det kun føre til høyere priser. Mengden er uendret.



# Kapittel 12

# Monopol

## Løsninger

### Oppgave 12.1

**(a)** Monopol betyr en tilbyder. I varemarkedet betraktes produsentene som tilbydere. Ved monopol er det derfor kun en produsent.

**(b)** Dette er hindringer som gjør det vanskelig eller umulig for andre produsenter å etablere seg i markedet. Dette kan for eksempel være lovpålagte forbud, patentrettigheter, stordriftsfordeler mfl. Se en lengre liste i læreboka, kapittel 12.2. Ved monopol vil det oppstå en såkalt ren profitt. Denne gjør at andre produsenter vil ønske å etablere seg. Monopolsituasjonen ville dermed vært historie. Etableringshinderne gjør at monopolsituasjonen vedvarer.

**(c)** Dette er endring i produsentens inntekt, ved en liten endring i produsert og solgt mengde. Dersom en produsent selger en enhet til av en vare, vil inntekten øke med prisen på denne enheten. Dette gjelder for alle produsenter. Det som er spesielt for en monopolist er at siden den er eneste tilbyder vil en endring i solgt mengde påvirke prisen. Og økt tilbud trekker prisen ned. Derfor vil prisnivået på alle de solgte enhetene bli noe lavere. Vi ser dermed at det er to effekter som oppstår og påvirker inntekten når monopolisten øker kvantumet.

### Oppgave 12.2

Grenseinntekt viser hvor mye en bedrifts inntekter endres dersom den produserer og selger en enhet til av et gode. Grensekostnaden viser hvor mye kostnadene endres ved å produsere en enhet til. Dersom grenseinnteken er større enn grensekostnaden vil altså bedriften få en inntektsøkning som er større enn kostnadsøkningen ved å produsere og selge en enhet til av godet. Bedriften bør derfor øke produksjonen for å øke profitten. Økt produksjon trekker grensekostnaden (husk at grensekostnadskurven er stigende) opp og grenseinntekten ned (husk at grenseinntektskurven er fallende). Grenseinntekt og grensekostnad vil derfor komme nærmere hverandre ved økt produksjon. For et produksjonsnivå vil de bli like store.

Økes produksjonen utover dette punktet vil inntektsøkningen bli mindre enn kostnadsøkningen, slik at profitten går ned. Bedriften bør da redusere produksjonen, helt til grenseinntekten bli like grensekostnaden igjen.

Vi kan dermed konkludere med at den produksjonsmengden som gjør at grenseinntekten er like stor som grensekostnaden vil maksimere profitten.

### Oppgave 12.3

**(a)** Innteken finner vi ved å multiplisere prisen med mengden. Prisen er gitt ved (den inverse) eterspørselsfunksjonen. Inntekten blir da:

$$R(X) = p(X)X = (50 - X)X = 50X - X^2$$

Grenseinntekten finner vi ved å derivere inntektsfunksjonen:

$$GI = R'(X) = 50 - 2X$$

**(b)** Setter $GK = GI$:

$$5 + 3X = 50 - 2X \quad \Leftrightarrow \quad 5X = 45 \quad \Leftrightarrow \quad X = 9$$

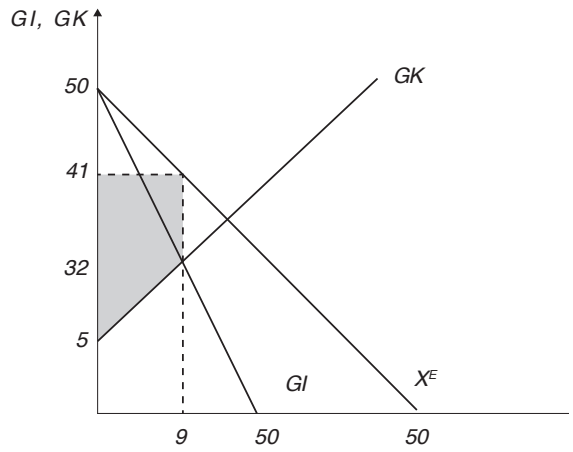
**(c)** Vi finner prisen ved å sette produksjonsmengden inn i etterspørselsfunksjonen:

$$p = 50 - X \quad \Rightarrow \quad p = 50 - 9 = 41$$

For å finne profitten må vi resonnere litt omkring profittbegrepet, og egentlig bevege oss utenfor det som er pensum i dette kapittelet. Men du vil bli kjent med det verktøyet du trenger i kapittel 13. Likevel skal

vi se hvordan vi kan komme i mål her. Profitt defineres som inntekt minus kostnader. I denne oppgaven er det kun oppgitt grensekostnadene. Man kan derfor integrere dette uttrykket for å finne kostnadene. Siden integrasjon stort sett ikke er en del av forkunnskapene til innføring i mikroøkonomi, skal vi se på en grafisk løsning.

Vi tegner først opp optimal tilpasning for produsenten, med etterspørsel, grenseinntekt og grensekostnad.

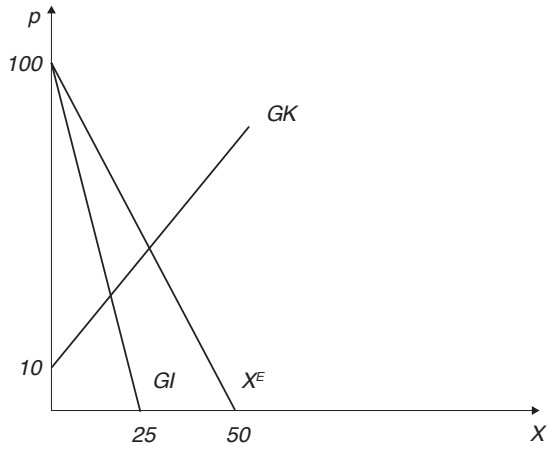



I figuren har vi også satt inn verdien på grenseinntekten når $X = 9$. Da blir grenseinntekten $GI = 50 - 2 \cdot 9 = 32$. Siden vi ikke har fått oppgitt noe om de faste kostnadene antar vi at disse er 0. Profitt blir da inntekt minus variable kostnader. I figuren blir da profitt lik det skraverte området. I dette området kan vi nemlig lese av inntekt og kostnad for den enkelte enhet. Tenk deg at det produseres kun en enhet. Ved å gå ut til 1 på $X$-aksen og oppover til $GK$-kurven kan vi lese av kostnaden for denne enheten. Går vi videre oppover til prisen på 41 kroner, kan vi regne ut inntekten for denne enheten. Differensen blir profitt for denne enheten. Summerer vi dette for alle enhetene opp til 9 finner vi profitt for hele produksjonsmengden. Vi regner derfor ut arealet av det skraverte området. Bruker at arealet av en trekant er lengde multiplisert med høyde delt på to, mens arealet av en firkant er lengde multiplisert med høyde. Dette gir:

$$\pi = \left( \frac{(32 - 5) \cdot 9}{2} \right) + (41 - 32) \cdot 9 = 202,5$$

**Oppgave 12.4**

**(a)** Etterspørselskurven har skjæringspunktene 100 på den vertikale aksen, og 50 på den horisontale.




**(b)** Inntekten er $R(X) = p(X)X = 100X - 2X^2$, og grenseinntekten blir:

$$GI = R'(X) = 100 - 4X$$

Grenseinntekten har samme skjæringspunkt som etterspørselskurven på den vertikale aksen, men faller dobbelt så bratt. Det vil si at $GI$ har helning $-4$, og etterspørselskurven har helning $-2$. Dette ser vi av de deriverte av hver av dem med hensyn på $X$.

**(c)** Grensekostnaden:

$$GK = C'(X) = 10 + X$$

Skjæringspunktet er 10 med den vartikale aksen, og derfra stiger grensekostnaden med 1. Ser at den deriverte med hensyn på $X$ er 1, som er stigningstallet.

**(d)** Setter grensekostnaden lik grenseinntekten:

$$10 + X = 100 - 4X \quad \Leftrightarrow \quad 5X = 90 \quad \Leftrightarrow \quad X = 18$$

Pris finner vi ved å sette $X = 18$ inn i etterspørselsfunksjonen $p = 100 - 2 \cdot 18 = 64$.

**(e)** Grenseinntekt: $GI = 100 - 4 \cdot 18 = 28$. Grensekostnad: $GK = 10 + 18 = 28$.

**(f)** Profitt er inntekt minus kostnader. Vi multipliserer derfor $X = 18$ og $p = 64$ for å finne inntekten. Så setter vi $X = 18$ inn i uttrykket for kostnadene. Differensen blir:

$$\pi = 64 \cdot 18 - 10 \cdot 18 - \frac{1}{2}18^2 = 1152 - 180 - 162 = 810$$

**Oppgave 12.5**

**(a)** Monopol.

**(b)** Dette er en oppgave hvor du skal utlede monopolistens tilpasning. Du skal legge til grunn at leseren ikke kan denne modellen og du skal vise alt fra begynnelse til slutt. Oppgaven kan angripes på flere måter og det finnes ikke kun en riktig disposisjon. Men du bør ha med følgende momenter:

- Innleding: At monopol innebærer en produsent. Hvilke forutsetninger som gjelder. For eksempel at monopolisten har markedsmakt og ønsker å maksimere profitt. Og at det er mange konsumenter. I innledningen bør det også være med at produsenten bestemmer produksjonsmengden og at konsumentenes betalingsvilje bestemmer prisen. Men siden mengden påvirker prisen, vil monopolisten påvirke prisen. Prisen er altså en funksjon av mengden.
- Maksimere profitt: Her bør det introduseres symboler og uttrykk for profitt. Maksimal profitt finner vi ved å se på førsteordensbetingelsen. Se likning 12.8 og 12.9 i læreboka. Forklar betingelsen intuitivt. Bruk litt plass på å forklare $GI = GK$.
- Grafisk presentasjon: Vis de kurvene som må være med. Dette er etterspørselskurven, grenseinntektskurven og grensekostnadskurven. Se figur 12.1 i læreboka. Husk å forklare innholdet i figuren. Ta også med kurven for gjennomsnittskostnadene, slik at du kan illustrere profittområdet.

**(c)** Grenseinntekten er den deriverte av inntekten. Så vi starter med å finne inntekten:

$$R(X) = p(X)X = (50 - 2X)X = 50X - 2X^2$$

Den deriverte av denne blir $GI = R'(X) = 50 - 4X$.

**(d)** Grensekostnaden finner vi ved å derivere kostnadsfunksjonen:

$$GK = C'(X) = 2 + 2X$$

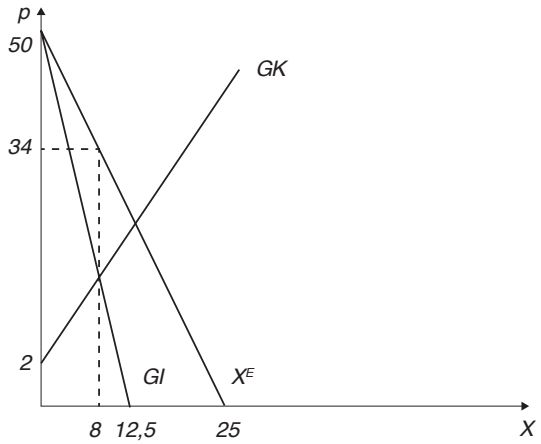
**(e)** Regner først ut optimal produksjonsmengde ved å sette $GK = GI$:

$$2 + 2X = 50 - 4X \quad \Leftrightarrow \quad 6X = 48 \quad \Leftrightarrow \quad X = 8$$

Setter dette inn i etterspørselsfunksjonen og finner prisen:

$$p = 50 - 2 \cdot 8 = 34$$

Tegner etterspørselskurven, grenseinntektene og grensekostnadene inn i samme diagram. Merk at det skal tegnes de konkrete funksjonene, med riktige skjæringspunkter og stigningstall. Teknikkene for å regne ut dette er vist i tidligere oppgaver, og dersom du er usikker bør du lese kapittel 2.4.1 i læreboka.



**(f)** Ved fullkommen konkurranse vil likevekt være kjennetegnet ved at tilbud er lik etterspørsel. Dette gir følgende mengde:

$$2 + 4X = 50 - 4X \quad \Leftrightarrow \quad 6X = 48 \quad \Leftrightarrow \quad X = 8$$

Prisen finner vi vedå sette $X = 8$ inn i enten tilbudet eller etterspørselen. Setter vi inn i etterspørselen får vi $p = 50 - 2 \cdot 8 = 34$.

I forhold til monopolsituasjonen ser vi at omsatt mengde er det samme og prisen har blitt lavere. Det er rimelig at prisen blir lavere ved fullkommen konkurranse, siden flere aktører gjør at prisen presses ned til grensekostnaden, mens ved monopol er prisen større enn grensekostnaden. At omsatt mengde er lik skyldes at tilbudet ikke er lik grensekostnaden som monopolisten forholdt seg til.

### Oppgave 12.6

Grenseinntekt defineres som endring i inntekt ved en liten endring i omsatt og solgt mengde. I denne oppgaven er det spurt om en økning i salgsmengden. Grenseinntekten vil da fortelle noe om hvor mye inntekten øker, dersom bedriften selger en enhet til. Vi ser at grenseinntekten består av to ledd. Det siste leddet på høyre side er prisen. Altså vil inntekten øke med størrelsen på prisen når det selges en enhet til. For eksempel, dersom monopolisten selger en flaske Tuxi til og denne koster 45 kroner, vil inntekten øke med 45 kroner. Vi antar nå at en produsent har monopol på hostesaften Tuxi.

Det første leddet på høyre side følger av at vi har å gjøre med en produsent som påvirker markedsprisen. Dette leddet er negativt ettersom $p'(X) < 0$, som følge av at etterspørselskurven er fallende. Det vil si at dette leddet trekker grenseinntekten ned. Forklaringen er at når monopolisten selger en enhet til, en Tuxi til, vil dette trekke prisnivået ned. Det skyldes at monopolisten er eneste tilbyder og økt tilbud reduserer prisen.

Det siste spørsmålet i oppgaven kan vi besvare ved å bruke optimalitetsbetingelsen for monopolisten. Den sier at grensekostnad er lik grenseinntekt i optimal tilpasning. Siden grenseinntekten kan skrives slik som i oppgaven, kan vi da skrive:

$$p'(X)X + p(X) = GK \quad \Leftrightarrow \quad p(X) = GK - p'(X)X$$

Vi har dermed et uttrykk for prisen. Som notert over er $p'(X) < 0$. Vi trekker altså fra noe negativt etter grensekostnaden. Å trekke fra noe negativt, er

det samme som å si minus minus, som er det samme som pluss. Altså legges det til noe etter grensekostnaden. Siden det legges til noe skjønner vi at $p(X) > GK$. Tenk deg at $p'(X)X = -3$, og at $GK = 5$. Da blir høyre side $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$. Da må også $p(X) = 8$. Altså er $p(X) = 8 > 5 = GK$.

# Kapittel 13

# Samfunnsøkonomisk overskudd

## Løsninger

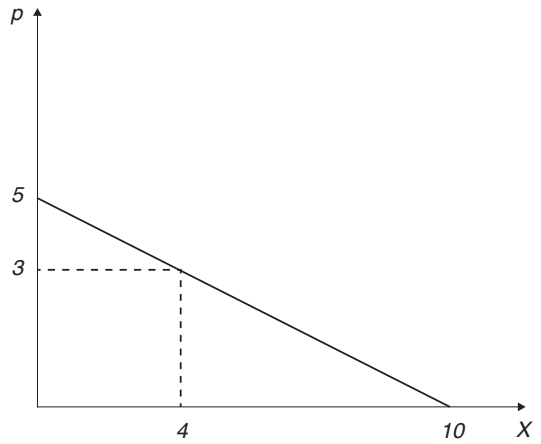
### Oppgave 13.1

Betalingsvillighet uttrykker hvor mye konsumenten er villig til å betale for en bestemt mengde av et gode. For eksempel kan du være villig til å betale 60 kroner for 3 boller. Merk at dette ikke er hva du faktisk betaler, eller betalingsevne. Marginal betalingsvillighet uttrykker hvor mye en konsument er villig til å betale for en ekstra enhet. For eksempel kan du være villig til å betale 30 kroner for første bolle, 20 kroner for andre bolle og 10 kroner for tredje bolle. Da er marginal betalingsvillighet for bolle tre, 10 kroner. Konsumentoverskuddet er beløpet du er villig til å betale for en mengde av et gode, minus det du faktisk betaler. Dersom de tre bollene koster 54 kroner er konsumentoverskuddet ditt $60 - 54 = 6$ kroner.

Se figurene 13.1 og 13.2 i læreboka for en grafisk illustrasjon av disse begrepene.

### Oppgave 13.2

Vi finner skjæringspunktene på vanlig måte, ved å sette variabelen på motsatt akse lik null. Det vil si at skjæringspunktet med $X$-aksen er 10 ($p = 0$), og skjæringspunktet med $p$-aksen er 5 ($X = 0$). Etterspørselskurven blir da:




Ved $p = 3$, blir etterspørselen $X = 10 - 2 \cdot 3 = 4$. Setter også dette inn i figuren over. Konsumentoverskuddet blir trekanten under etterspørselskurven og over prislinja. Arealet av denne trekanten er gitt ved:

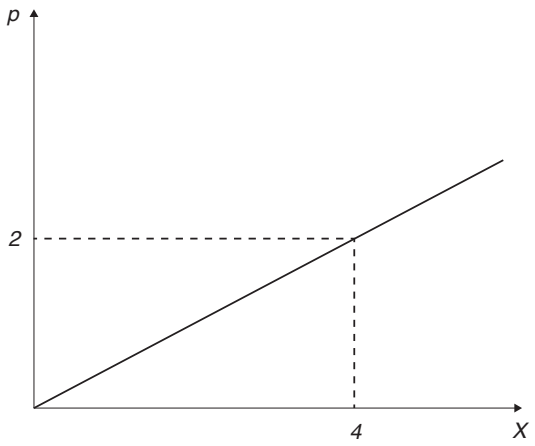
$$KO = \frac{(5-3) \cdot 4}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4$$

### Oppgave 13.3

**(a)** NB: I denne oppgaven har det sneket seg inn en feil. Tallet 4 i tilbudsfunksjonen skal ikke være med. Det vil si at tilbudskurven er gitt ved:

$$X = 2p$$

Bruker vanlig fremgangsmåte og får følgende tilbudskurve:




**(b)** Tilbudt mengde ved $p = 2$ blir $X = 2 \cdot 2 = 4$. Setter også dette inn i figuren i oppgave (a). Produsentoverskuddet er trekanten under prislinja og over tilbudskurven. Arealet av denne trekanten er gitt ved:

$$PO = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4$$

### Oppgave 13.4

**(a)** Samlet betalingsvillighet er det beløpet Ivar er villig til å betale for hele mengden. Det vil si $30 + 25 + 20 + 15 + 10 = 100$ kroner.

**(b)** Siden marginal betalingsvillighet for den femte colaen er under prisen, vil Ivar kjøpe 4 colaer. Betalingsvilligheten for disse er $30+25+20+15 = 90$ kroner.

**(c)** Konsumentoverskudd er betalingsvillighet minus faktisk utgift. Ivar må her betale $12 \cdot 4 = 48$ kroner for de 4 colaene. Konsumentoverskuddet blir da $90 - 48 = 42$ kroner.

### Oppgave 13.5

Samfunnsøkonomisk overskudd er en måte å vurdere samfunnsøkonomisk optimalitet på. Det er ofte snakk om når noe er samfunnsøkonomisk lønnsomt,

samfunnsøkonomisk smart osv. En måte å måle om produksjonen av en vare er samfunnsøkonomisk optimal på er ved å se på det samfunnsøkonomiske overskuddet, og om dette er maksimert. For å vite om det er maksimert kan vi utlede en betingelse som m å være oppfylt for at det skal være maksimert.

Samfunnsøkonomisk overskudd kan defineres på to måter, som egentlig uttrykker det samme. Den ene måten er som differensen mellom det beløpet folk er villig til å betale for godet, og det beløpet det faktisk koster å produsere godet. Det vil si differensen mellom betalingsvillighet og kostnadene.

Den andre måten å definere det på er som summen av konsumentoverskudd og produsentoverskudd. Konsumentoverskudd er differensen mellom hva en konsument er villig til å betale for et gode og det personen faktisk betaler. Produsentoverskudd er differensen mellom inntekt og variable kostnader.

Disse forklaringene bør utdypes nærmere med figurene 13.6 og 13.7 i læreboka. Figur 13.7 kan også brukes til å gjøre rede for betingelsen for maksimalt samfunnsøkonomisk overskudd. Denne betingelsen kan også vises matematisk. Vi tar da utgangspunkt i definisjonen om at samfunnsøkonomisk overskudd er gitt ved differensen mellom betalingsvillighet og kostnadene:

$$SO(X) = B(X) - C(X)$$

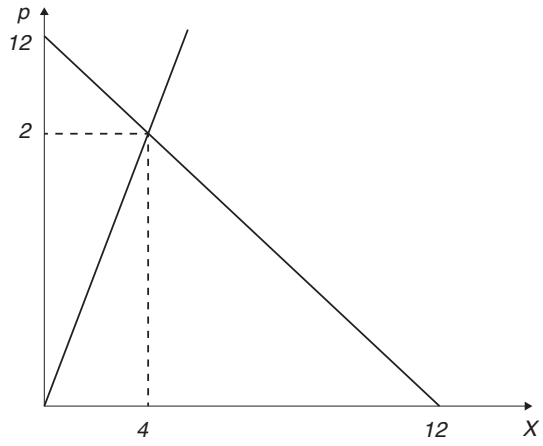
Vi finner den produksjonsmengden som maksimerer $SO$ ved å se på førsteordensbetingelsen:

$$SO'(X) = B'(X) - C'(X) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad B'(X) = C'(X)$$

Altså er betingelsen for maksimalt samfunnsøkonomisk overskudd at marginal betalingsvillighet er lik grensekostnaden. Se mer utfyllende forklaring i læreboka.

**Oppgave 13.6**

**(a)** Bruker vanlig fremgangsmåte for å tegne tilbudet og etterspørselen. Er du usikker på dette så se blant annet kapittel 2.4.1 i læreboka. Merk at funksjonene her er skrevet på prisform, slik at konstanten foran variabelen uttrykker stigningstallet, og konstanten som står alene (0 i tilbudet) uttrykker skjæringspunktet med prisaksen.




**(b)** Finner likevektspris og omsatt mengde ved å sette tilbud lik etterspørsel:

$$2X = 12 - X \quad \Leftrightarrow \quad 3X = 12 \quad \Leftrightarrow \quad X = 4$$

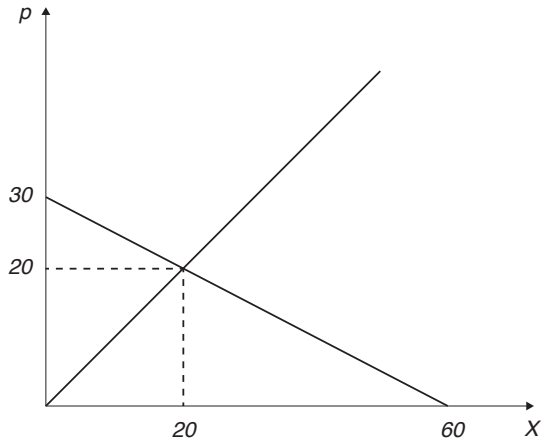
Altså blir det omsatt 4 enheter i markedet. Likevektsprisen som relaiserer denne mengden finner vi ved å sette $X = 4$ inn i tilbudet eller etterspørselen. Setter vi inn i tilbudet får vi $p = 2 \cdot 4 = 8$. Eller i etterspørselen $p = 12 - 4 = 8$. Setter prisen og mengden inn i figuren i oppgave (a).

**(c)** Vi finner disse overskuddene ved å se på arealene i figuren. Bruker fremgangsmåten som er vist i læreboka og får:

$$KO = \frac{(12-8)\cdot 4}{2} = 8 \qquad PO = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16 \qquad SO = 8 + 16 = 24$$

**Oppgave 13.7**

**(a)** Tilbudskurven og etterspørselskurven blir som følger:




**(b)** Setter tilbud lik etterspørsel:

$$X = 30 - \frac{1}{2}X \quad \Leftrightarrow \quad X + \frac{1}{2}X = 30 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{2} = 30 \quad \Leftrightarrow \quad X = 20$$

Som viser at det blir omsatt 20 enheter i likevekt. Likevektsprisen finner vi lett ved å bruke tilbudsfunksjonen $p = X = 20$. Kan også bruke etterspørselsfunksjonen $p = 30 - 0,5 \cdot 20 = 20$. Setter pris og mengde inn i figuren fra oppgave (a).

**(c)** Bruker figuren og regner ut arealene:

$$KO = \frac{(30-20)\cdot 20}{2} = 100 \quad PO = \frac{20 \cdot 20}{2} = 200 \quad SO = 100{+}200 = 300$$

# Kapittel 14

# Effektivitetsvurdering av fullkommen konkurranse og monopol

## Løsninger

### Oppgave 14.1

Konsumentoverskudd defineres som det beløpet en konsument vil betale for et gode, minus det beløpet konsumenten faktisk må betale. Målet er altså å gjøre denne differensen så stor som mulig.

For å maksimere konsumentoverskuddet vil Kristine sammenligne betalingsvilligheten sin med prisen på sushi. Anta at for den første enheten vil Kristine betale 30 kroner. Anta så at prisen på sushi er 15 kroner. Vi ser da at Kristine er villig til å betale mer enn det koster, slik at konsumentoverskuddet for den første enheten er positivt. Kristine kjøper dermed denne enheten og vurderer neste. Anta nå at marginal betalingsvillighet har falt til 20 kroner for enhet nummer 2. Altså fremdeles over prisen, slik at denne enheten også kjøpes. Så faller marginal betalingsvillighet til 15 kroner. Da er prisen lik marginal betalingsvillighet. Kristine er derfor indifferent, men la oss si at ho velger å kjøpe den tredje enheten også. Ytterlige kjøp fører til at marginal betalingsvillighet faller under prisen, slik at det vil innebære negativt konsumentoverskudd. Kristine gir seg altså på tre enheter. Da er

konsumentoverskuddet maksimert. Og vi ser at maksimalt konsumentoverskudd innebærer at prisen er lik marginal betalingsvillighet.

Betingelsen kan også utledes matematisk. Se likning 14.1 og 14.2 i læreboka. Her tas det utgangspunkt i definisjonen av konsumentoverskudd, og deretter maksimeres det ved å finne førsteordensbetingelsen.

Skulle en slik oppgave dukke opp på eksamen, ville jeg brukt både den verbale og den matematiske tilnærmingen.

### Oppgave 14.2

Profitt defineres som inntekt minus kostnader, der kostnader består av både faste og variable kostnader. Produsentoverskudd er inntekter minus variable kostnader. Maksimering av profitt kan settes opp på følgende måte:

$$\max_X \pi(X) = pX - VC(X) - FC$$

Førsteordensbetingelsen gir oss at:

$$\pi'(X) = p - VC'(X) = 0 \quad \Rightarrow \quad p = VC'(X)$$

Maksimering av produsentoverskudd settes opp på følgende måte:

$$\max_X PO(X) = pX - VC(X)$$

Førsteordensbetingelsen blir her:

$$PO'(X) = p - VC'(X) = 0 \quad \Rightarrow \quad p = VC'(X)$$

Vi ser dermed at optimalitetsbetingelsen er den samme. Forklaringen er nokså enkelt at når vi deriverer er de faste kostnadene lik null. De blir derfor ikke en del av optimalitetsbetingelsen, selv om de inkluderes i profittuttrykket.

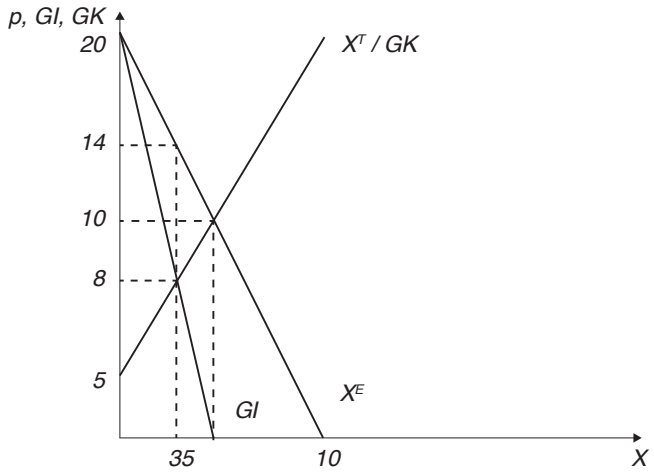
Merk også at den deriverte av de variable kostnadene er det samme som den deriverte av de totale kostnadene. Igjen, dette skyldes at den deriverte av de faste kostnadene blir null. Begge betingelsene over kan derfor skrives som:

$$p = C'(X)$$

Der $C'(X)$ er grensekostnaden.

**Oppgave 14.3**

**(a)** Kurvene tegnes ved å finne stigningstall og skjæringspunkter med aksene.




Likevektspris og omsatt mengde finner vi ved å sette tilbud lik etterspørsel:

$$5 + X = 20 - 2X \quad \Leftrightarrow \quad 3X = 15 \quad \Leftrightarrow \quad X = 5$$

Som gir likevektspris $p = 5+5 = 10$, dersom vi ser på tilbudsfunksjonen. Setter likevektspris og omsatt mengde inn i figuren i oppgave (a).

**(b)** Bruker figuren og regner ut arealene av trekantene som viser de ulike overskuddene:

$$KO = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25 \quad PO = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5 \quad SO = 25 + 12,5 = 37,5$$

**(c)** En monopolist tilpasser seg der grensekostnad er lik grenseinntekt. Vi må derfor regne ut grenseinntekten. Starter med å regne ut inntekten:

$$R(X) = p(X)X = (20 - 2X)X = 20X - 2X^2$$

Deriverer og finner grenseinntekten:

$$GI = R'(X) = 20 - 4X$$

Setter grensekostnaden lik grenseinntekten og får (merk at grensekostnaden er lik tilbudsfunksjonen):

$$5 + X = 20 - 4X \quad \Leftrightarrow \quad 5X = 15 \quad \Leftrightarrow \quad X = 3$$

Det blir altså solgt 3 enheter ved monopol. Monopolprisen finner vi ved å sette mengden inn i etterspørselsfunksjonen:

$$p = 20 - 2X \quad \Rightarrow \quad p = 20 - 2 \cdot 3 = 14$$

Setter så grenseinntekten, monopolprisen og monopolmengden inn i figuren i oppgave (a).

**(d)** For å finne effektivitetstapet regner vi ut arealet av den trekanten som viser nettopp effektivitetstapet. Se figur 14.2 i læreboka. Vi trenger da å regne ut størrelsen på grenseinntekten eller grensekostnaden når $X = 3$. Vi bruker grenseinntekten og får $GI = 20 - 4 \cdot 3 = 8$. Setter dette inn i figuren. Ser da at vi kan regne ut arealet på følgende måte:

$$\text{Effektivitetstapet} = \frac{(14 - 8) \cdot 2}{2} = 6$$

### Oppgave 14.4

I fullkommen konkurranse vil det etableres en pris som er lik konsumentenes marginale betalingsvillighet og produsentenes grensekostnad. Altså får vi at marginal betalingsvillighet er lik grensekostnaden, som nettopp er kravet til maksimalt samfunnsøkonomisk overskudd.

Ved monopol vil produsenten begrense produksjonen, slik at prisen presses over grensekostnaden. Som følge av at monopolisten ikke har konkurranse fra andre produsenter blir dette likevekten ved monopol. Det innebærer at marginal betalingsvillighet er høyere enn grensekostnaden. Altså er noen villig til å betale det beløpet det koster å produsere en enhet til, men monopolisten vil likevel ikke gjøre det, ettersom det vil redusere prisnivået. Vi ser dermed at produksjonen er for lav i forhold til hva som er samfunnsøkonomisk optimalt. Denne reduksjonen i det samfunnsøkonomiske overskuddet utgjør effektivitetstapet.

**Oppgave 14.5**

**(a)** I denne regner vi ut likevekten ved fullkommen konkurranse og monopoltilpasningen. Så kan vi sammenligne disse etterpå. Starter med fullkommen konkurranse. Setter tilbud lik etterspørsel:

$$20 + 5X = 170 - 5X \quad \Leftrightarrow \quad 10X = 150 \quad \Leftrightarrow \quad X = 15$$

For å finne produksjonsmengden ved monopol trenger vi grenseinntekten. Inntekten og grenseinntekten er gitt ved henholdsvis:

$$R(X) = 170X - 5X^2 \quad \text{og} \quad GI = R'(X) = 170 - 10X$$

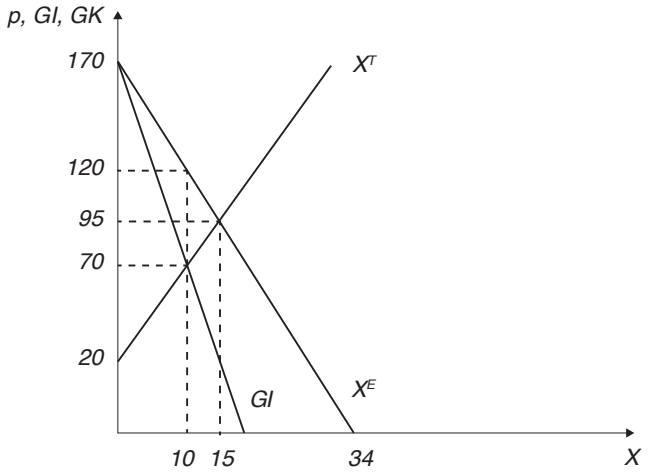
Setter så grensekostnad lik grenseinntekt:

$$20 + 5X = 170 - 10X \quad \Leftrightarrow \quad 15X = 150 \quad \Leftrightarrow \quad X = 10$$

Vi ser dermed at omsatt mengde er 15 ved fullkommen konkurranse og 10 ved monopol.

**(b)** Prisen ved fullkommen konkurranse finner vi ved å sette mengden ($X = 15$) inn i enten tilbudet eller etterspørselen. Setter vi inn i etterspørselen får vi $p = 170 - 5 \cdot 15 = 95$. Prisen ved monopol finner vi ved å sette mengden til monopolisten ($X = 10$) inn i etterspørselen: $p = 170 - 5 \cdot 10 = 120$. Ser dermed at prisen ved monopol er større enn ved fullkommen konkurranse.

**(c)** For å regne ut effektivitetstapet tegner vi først en skisse av både fullkommen konkurranse likevekten, og monopoltilpasningen. Vi trenger i tillegg å regne ut grenseinntekten til monopolisten ved monopolmengden ($X = 10$). Dette blir $GI = 170 - 10 \cdot 10 = 70$.




Vi kan da regne ut effektivitetstapet fra det arealet som angir dette tapet i figuren:

$$\text{Effektivitetstap} = \frac{(120 - 70) \cdot 5}{2} = 125$$