Vi finner altså at det er fire veier gjennom nettverket. Den lengste stien går gjennom aktivitetene A–B–E–G og har en varighet på 38 tidsenheter, de andre er kortere. Det betyr at denne stien er nettverkets «kritiske sti». Endringer i varighetene til aktivitetene på kritisk sti vil påvirke sluttiden med tilsvarende endring. Den kritiske stien gjennom nettverket er indikert med stiplede piler i figur 9.10.

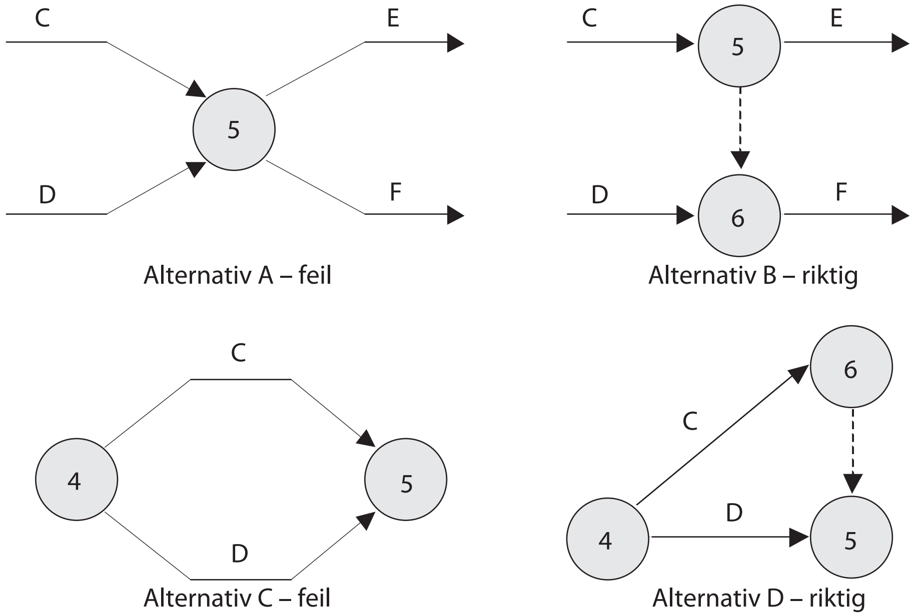
Beregning av kritisk sti kan også gjøres ved å gå motsatt vei gjennom nettverket, altså fra høyre mot venstre. Da starter vi med aktivitet G og beregner LF og LS for alle aktivitetene. LF for slutt-aktiviteten (her aktivitet G) er alltid det samme som EF, i dette tilfellet 38 tidsenheter. LS for aktivitet G er 28 tidsenheter, og beregnes ved å trekke aktivitetens varighet fra LF. LS for aktivitet G blir også LF for de tre før-aktivitetene D, E og F. Går vi videre til aktivitet B, ser vi her at denne aktiviteten har E og F som etter-aktiviteter. LS for aktivitet E er 20 tidsenheter, mens LS for aktivitet F er 18 tidsenheter. Av disse to skal man alltid velge den laveste verdien som LF. I dette tilfellet blir LF for aktivitet B 18 tidsenheter. Tilsvarende blir LF for aktivitet A 10 tidsenheter.

Vi har nå beregnet både ES, EF, LS og LF for alle aktivitetene. Med disse verdiene kan vi finne den flyt som hver aktivitet eventuelt måtte ha. Tar vi for eksempel aktivitet C, så er flyt her 20 – 16 = 4 tidsenheter. Det betyr at vi har en planleggingsfrihet for aktivitet C på 4 tidsenheter uten at det får konsekvenser for sluttiden. Starten for aktivitet C kan tidligst skje etter 10 tidsenheter (ES) og senest etter 14 tidsenheter (LS). Flere beregninger viser at aktivitet D har flyt lik 1 tidsenhet og aktivitet F lik 2 tidsenheter. Aktivitetene A, B, E og G har derimot flyt lik null. De aktiviteter som har flyt lik null, definerer den kritiske stien gjennom nettverket.

## Utvikling av et AOA-nettverk

Når vi skal utvikle et AOA-nettverk, er det piler som representerer aktiviteter. Lengden eller formen på pilen har ingen betydning. Nodene er hendelser (knutepunkter) mellom aktiviteter. Disse hendelsene forbruker ingen tid. For at et AOA-nettverk skal ivareta en så logisk og enkel struktur som mulig, er det noen ganger nødvendig å benytte nullaktiviteter. I figur 9.11 er det vist to slike eksempler.

La oss anta at vi har en situasjon der aktivitet E ikke kan starte før aktivitet C er ferdig. I tillegg er aktivitet F avhengig av aktivitetene C og D og kan ikke starte før disse er ferdige. En skulle kanskje tro at dette kunne tegnes som alternativ A i figur 9.11, men det blir logisk feil. I stedet må det legges inn en nullaktivitet i nettverket, slik det er vist ved den stiplede linjen i alternativ B.

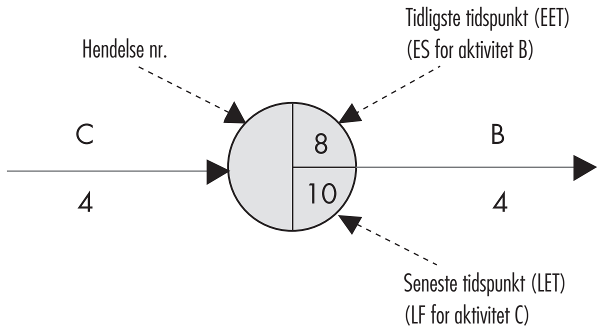



*Figur 9.11 AOA-nettverk – bruk av nullaktivitet*

En annen situasjon som også trenger forklaring, er hvor to aktiviteter (C og D) har samme start- og slutthendelser. Siden aktivitetene kan gjennomføres samtidig, kan en være fristet til å tegne situasjonen slik alternativ C viser i figur 9.11. Dette fører imidlertid til at vi ikke kan skille aktivitetene når vi benytter knutepunktnummerering (Rolstadås 2011). I stedet må nettverket tegnes med en nullaktivitet slik det er vist ved den stiplede linjen i alternativ D i figur 9.11.

I AOA-nettverket er det nodene (hendelsene) som ivaretar koblingen mellom aktivitetene. Disse hendelsene er sirkler som vi deler inn i tre områder, slik figur 9.12 illustrerer. Den informasjonen vi skal angi i hendelsen omfatter:

- Hendelsens nummer
- Tidligste tidspunkt – blir bestemt av før-aktiviteten og er det tidligste tidspunkt påfølgende aktivitet kan starte. På engelsk kalles dette tidspunktet «Earliest event time» (EET). Tidspunktet er også earliest start (ES) for etterfølgende aktivitet.
- Seneste tidspunkt – er den seneste tid alle før-aktiviteter må være avsluttet for ikke å forskyve sluttiden. På engelsk kalles dette tidspunktet «Latest event time» (LET). Tidspunktet er også latest finish (LF) for foregående aktivitet.




*Figur 9.12 AOA-node*

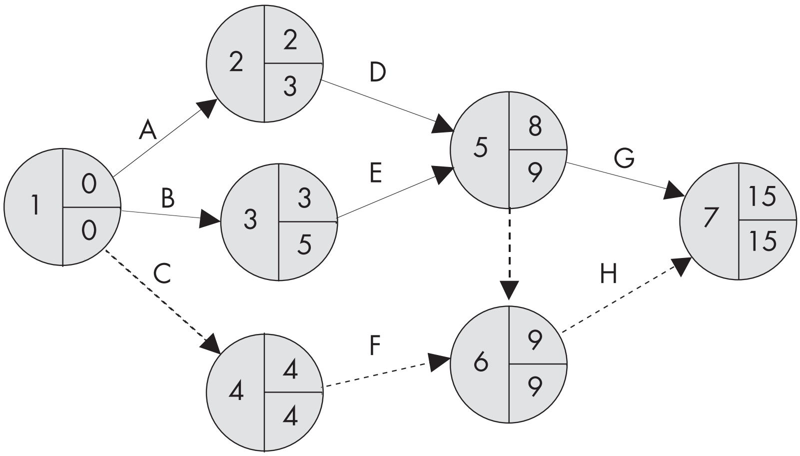
Tidligste tidspunkt (EET) beregnes for hver hendelse når vi går fra venstre mot høyre i nettverket. For en gitt hendelse finner vi tidligste tidspunkt ved å ta EET-verdien for foregående hendelse og legge til varigheten på den aktiviteten som kobler hendelsene sammen. Når sluttiden er beregnet og vi går motsatt vei i nettverket, altså fra høyre mot venstre, kan vi beregne seneste tidspunkt (LET).

La oss nå vise ved eksempel hvordan et AOA-nettverk kan utarbeides. I tabell 9.4 har vi listet opp de identifiserte aktivitetene A–H med tilhørende varigheter og avhengigheter.

*Tabell 9.4 Eksempel B*

| Aktiviteter | Varighet (tidsenheter) | Avhengigheter mellom aktivitetene |
|---|---|---|
| A | 2 | Er startaktivitet |
| B | 3 | Er startaktivitet |
| C | 4 | Er startaktivitet |
| D | 6 | Kan starte når A er ferdig |
| E | 4 | Kan starte når B er ferdig |
| F | 5 | Kan starte når C er ferdig |
| G | 5 | Kan starte når D og E er ferdige |
| H | 6 | Kan starte når D, E og F er ferdige |

I figur 9.13 er nettverket for eksempel B tegnet. Som vi kan se av tabell 9.4, er både aktivitet A, B og C startaktiviteter som har sitt utspring fra hendelse nr. 1. Varigheten på aktivitet A er 2 tidsenheter, slik at i hendelse 2 blir EET lik 2. Tilsvarende blir tidligste tidspunkt (EET) for hendelse 3 lik 3 tidsenheter og for hendelse 4 lik 4 tidsenheter. Ved beregning av EET for hendelse 5 står vi overfor valget mellom EET i hendelse 2 + aktivitet D og EET i hendelse 3 + aktivitet E. Førstnevnte gir 8 tidsenheter (2 + 6) og sistnevnte gir 7 tidsenheter (3 + 4). Av disse to er det høyeste verdi som er EET i hendelse 5, det vil si 8 tidsenheter. Nettverket i figur 9.13 viser også at det er lagt inn en nullaktivitet mellom hendelse 5 og 6 for å sikre logikken i nettverket. De to avsluttende aktivitetene G og H ender opp i hendelse 7, som får EET-verdien 15 tidsenheter. Beregningene i nettverket viser altså at det trengs 15 tidsenheter for å fullføre alle aktivitetene.




*Figur 9.13 AOA-nettverk – eksempel B*

Studerer vi alle de stier eller veier med tilhørende varighet som går gjennom nettverket i figur 9.13, får vi følgende resultat:

- A–D–G = 2 + 6 + 5 = 13
- A–D–H = 2 + 6 + 6 = 14
- B–E–G = 3 + 4 + 5 = 12
- B–E–H = 3 + 4 + 6 = 13
- C–F–H = 4 + 5 + 6 = 15

Resultatet er som vi ser, fem veier gjennom nettverket. Den lengste stien omfatter aktivitetene C–F–H og gir en varighet på 15 tidsenheter. De andre veiene gjennom nettverket er kortere. Følgelig er stien C–F–H nettverkets «kritiske sti». I figur 9.13 er denne lengste veien gjennom nettverket markert med stiplede piler. Endringer i varigheten på aktivitetene C, F og H vil automatisk føre til at sluttiden endres tilsvarende.

Også i dette AOA-nettverket kan kritisk sti beregnes ved å gå motsatt vei gjennom nettverket, altså fra høyre mot venstre. Da starter vi med hendelse 7. Her er tidligste tidspunkt (EET) lik 15 tidsenheter, og følgelig vil også seneste tidspunkt (LET) være 15 tidsenheter. Ser vi på hendelse 6, vil LET her bli 15 – 6 (varighet aktivitet H) = 9 tidsenheter. Går vi videre til hendelse 5, har denne hendelsen to etterfølgende aktiviteter, det vil si G og H. Da kan LET være enten 15 – 5 (varighet aktivitet G) = 10 eller 15 – 6 (varighet aktivitet H) = 9. Siden vi går fra høyre mot venstre gjennom nettverket, er LET den laveste verdien av disse to, altså 9 tidsenheter. Slik fortsetter vi gjennom nettverket til vi kommer til hendelse 1, og her skal alltid både EET og LET ha verdien 0 tidsenheter. Vi har nå beregnet både tidligste tidspunkt (EET) og seneste tidspunkt (LET) for alle syv hendelsene i nettverket. Vi kan deretter finne kritisk sti, som går gjennom de hendelser hvor EET og LET har samme verdi. Av figur 9.13 ser vi at dette er hendelsene 1, 4, 6 og 7, og det betyr at kritisk sti omfatter aktivitetene C, F og H. I nettverket er denne stien markert med stiplede piler.

I tabell 9.5 har vi for hver aktivitet i eksempel B beregnet verdiene for earliest start (ES), earliest finish (EF), latest start (LS), latest finish (LF) og flyt. Fra nettverket har vi ES og LF for hver aktivitet. Vi kan da finne EF ved å legge aktivitetens varighet til ES (EF = ES + aktivitetens varighet). LS finner vi ved å ta LF og trekke fra aktivitetens varighet (LS = LF – aktivitetens varighet). Flyt beregnes ved enten LF – EF eller LS – ES.

*Tabell 9.5 Eksempel B – beregning av ES, EF, LS, LF og flyt*

| Aktiviteter | Varighet | ES | EF | LS | LF | Flyt |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 2 | 0 | 2 | 1 | 3 | 1 |
| B | 3 | 0 | 3 | 2 | 5 | 2 |
| C | 4 | 0 | 4 | 0 | 4 | 0 |
| D | 6 | 2 | 8 | 3 | 9 | 1 |
| E | 4 | 3 | 7 | 5 | 9 | 2 |
| F | 5 | 4 | 9 | 4 | 9 | 0 |
| G | 5 | 8 | 13 | 10 | 15 | 2 |
| H | 6 | 9 | 15 | 9 | 15 | 0 |

Vi skal vise disse utregningene for en aktivitet. Tar vi for eksempel aktivitet E, er ES lik 3 tidsenheter, og da blir EF = 3 + 4 = 7 tidsenheter. LF for samme aktivitet er 9 tidsenheter, og da blir LS = 9 – 4 = 5 tidsenheter. Flyt for aktivitet E er lik 9 – 7 = 2 tidsenheter.