Oppgaver til kapittel 1.

Oppgave 01.01.
Den gitte ligningen beskriver flere ulike funksjoner implisitt. Beskriv disse funksjonene eksplisitt. Hva er deres naturlige definisjonsområder?

a) $y^2 + x^3 = 1$

b) $\sqrt{y} = 2x^2$

c) $x^2 + 2x = 1 + \sqrt[3]{y}$

d) $x^2 + 4x + 5 = 1/y$

Oppgave 01.02.
Avgjør om den gitte funksjonen er jevn eller odde eller ingen av delene.

a) $f(x) = x^3 - 1$

b) $f(x) = x^2 - 1$

c) $f(x) = \sin x^2$

d) $f(x) = \sin^2 x$

e) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x + 2}$

Oppgave 01.03.

a) Vis at $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ er en jevn funksjon dersom g og h begge er jevne funksjoner.

b) Vis at $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ er en jevn funksjon dersom g og h begge er odde funksjoner.

c) Vis at $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ er en odde funksjon dersom g er en jevn og h er en odde funksjon.

Oppgave 01.04.
Porto for innenlands brev sendt med Posten var i 2010 gitt ved tabellen

Vekt	Porto
$(0,20)$g	8.50
$[20,50)$g	13.00
$[50,100)$g	16.00
$[100,350)$g	26.00
$[350,1000)$g	63.00
$[1000,2000)$g	140.00

a) Skisser en graf for porto som funksjon av vekten (eller forklar hvordan den ser ut).

b) I hvilke punkter er funksjonen i a) kontinuerlig / diskontinuerlig?

c) Er funksjonen i a) ensidig kontinuerlig i noen av sine diskontinuitetspunkter?

Oppgave 01.05.
For hvilke verdier av c er funksjonen f kontinuerlig i punktet $x = a$?

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - c + 1}{x - 1} & \text{for } x \neq 1, \\ 3 & \text{for } x = 1. \end{cases} \qquad a = 1.$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - c^2}{x + 1} & \text{for } x \neq -1, \\ 2 & \text{for } x = -1. \end{cases} \qquad a = -1.$

c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + \sqrt{c}}{x^3 - 1} & \text{for } x \neq 1, \\ 0 & \text{for } x = 1. \end{cases} \qquad a = 1.$

d) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x} - c^2}{x - 2} & \text{for } x \neq 2, \\ 2^{-3/2} & \text{for } x = 2. \end{cases} \qquad a = 2.$

Oppgave 01.06.
For hvilke verdier av c er diskontinuiteten i $x = a$ for funksjonen f hevbar?

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x + c}{x - c} & \text{for } x > 0, \\ x^2 + c & \text{for } x < 0, \end{cases} \qquad a = 0.$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x + c} & \text{for } x > 1, \\ x + 4c & \text{for } x < 1, \end{cases} \qquad a = 1.$

c) $f(x) = \begin{cases} \cos(x + c) & \text{for } x > 0, \\ 1 + x^2 & \text{for } x < 0, \end{cases} \qquad a = 0.$

d) $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{-c} + \sqrt[3]{x} & \text{for } x > 8, \\ x - 7 & \text{for } x < 8, \end{cases} \qquad a = 8.$

Oppgave 01.07.
Hvor fort vokser volumet av en kube (terning) i forhold til sidelengden s idet $s = 3\,\text{cm}$?

Oppgave 01.08.
Du stuper fra 10-meteren med utgangshastighet 0.5 m/s oppover. Hvilken hastighet har du idet du når vannet når vi ser bort fra luftmotstanden, slik at du har konstant akselerasjon $a = 9.8\,\text{m/s}^2$ nedover?

Oppgave 01.09.
Astronauten Sidensvans klarer å hoppe 60 cm opp i luften med fullt utstyr på Jorden. Hvor høyt klarer Sidensvans å hoppe på Månen når tyngdens akselerasjon er cirka 9.8 m/s^2 på Jorden og 1.6 m/s^2 på Månen, og utgangshastigheten var den samme ved de to hoppene.

Oppgave 01.10.

a) En bil kjører fra Trondheim til Oslo (50 mil) uten stopp. Finn gjennomsnittshastigheten når den brukte 7.5 timer på turen.

b) Bilen fortsatte videre fra Oslo til Kristiansand (30 mil), noe som tok 3 timer og 15 minutter. Finn gjennomsnittshastigheten på turen Trondheim – Kristiansand.

c) Bilen fulgte samme rute på veien tilbake fra Kristiansand til Trondheim, og brukte 12 timer på denne delen av reisen. Finn gjennomsnittshastigheten til bilen for hele turen Trondheim – Kristiansand tur retur.

Oppgave 01.11.
Finn en ligning for tangenten til den gitte kurven i det gitte punktet.

a) $y = x^3 - \sqrt{x}, \quad x = 4.$

b) $y = \dfrac{x^3 + \sqrt[4]{x}}{x^2 - 2}, \quad x = 1.$

c) $x^3 + 2y^3 = 17, \quad (x, y) = (1, 2).$

d) $x^3 + x - 2y^3 + y = 11, \quad (x, y) = (2, -1).$